

Jürgen ROTH, Würzburg

## **Bewegliches Denken – ein wichtiges Prozessziel des Mathematikunterrichts**

### **Was ist Bewegliches Denken? – Eine Annäherung**

In Stellenanzeigen für verschiedenste Berufe tritt immer wieder die Berufsanforderung „bewegliches Denken“ auf. Da der Begriff zunächst die unterschiedlichsten Interpretationen zulässt, wird im Folgenden versucht, ihn zu erläutern und für mathematikdidaktische Fragestellungen zu präzisieren. In der psychologischen Literatur hat „bewegliches Denken“ verschiedene Facetten, so hat etwa Aebli 1983<sup>1</sup>, aufbauend auf Piaget, eine Reihe von Aspekten angegeben, deren Kernaussagen hier zusammengestellt sind:

- „Die elementarste Form der geistigen Beweglichkeit (...) ist die *Fähigkeit, Veränderungen im Geiste nachzuvollziehen.*“
- „Beweglichkeit bedeutet (...) die *Fähigkeit, sich auf fremde Standpunkte zu stellen* und zu erkennen, dass die *Perspektive* von verschiedenen Standpunkten verschieden ausfällt.“
- „Die Planung von Handlungen erfordert (...) Beweglichkeit. Der Handelnde sollte seine *Handlungspläne den sich wandelnden Bedingungen anpassen*, wenn nötig die Zwischenziele verändern können, um auf einem neuen Weg zum Ziel zu gelangen.“

Aebli verwendet im Rahmen des Begriffs „bewegliches Denken“ mehrfach das Wort *Perspektive* und verbindet damit einen diskreten, evtl. sprunghaften Standortwechsel. Hier soll in Ergänzung zu dieser Sichtweise besonderer Wert darauf gelegt werden, wie der Standortwechsel zustande kommt, wie also die Übergänge vor sich gehen.

Zum Verständnis des Begriffs Bewegliches Denken ist es hilfreich, „Denken“ im Sinne des griechischen Wortes für „denken“, nämlich *noein* (*noein*), zu interpretieren. *noein* bedeutet ursprünglich „sehen“, aber auch, den „wahren Sachverhalt in einer Verhüllung erkennen“. Bewegliches Denken manifestiert sich für mich also zunächst in der Fähigkeit, in ein scheinbar statisches Phänomen eine Bewegung hineinsehen und dadurch erst in seiner Gesamtheit erfassen zu können.

---

<sup>1</sup> Aebli 1983: XI. Grundform 10: Durcharbeiten, S. 310ff (Hervorhebungen des Autors)

Natürlich entziehen sich Denkprozesse einer direkten Überprüfung, oft lassen aber die Ergebnisse eines Denkprozesses Rückschlüsse auf die zu Grunde liegenden Denkschemata und -strukturen zu. Im Folgenden werden Komponenten des Beweglichen Denkens angegeben, die allerdings, je nach Problemstellung, mehr oder weniger fließend ineinander übergehen.

### **Komponenten des Beweglichen Denkens**

- Hineinsehen & Argumentieren
- Erfassen & Analysieren
- Änderungsverhalten Realisieren

**Hineinsehen & Argumentieren:** Hier geht es, wie bereits oben ausgeführt, um die Fähigkeit, in ein scheinbar statisches Phänomen eine Bewegung hineinsehen und dadurch erst in seiner Gesamtheit erfassen zu können. Darüber hinaus gehört zu dieser Komponente des Beweglichen Denkens aber auch, diese vorgestellte Bewegung zur Argumentation bei Problemlösungen benutzen zu können. Alleine die Fähigkeit, sich z. B. die Bewegung eines Eckpunktes eines Dreiecks in der Zeichenebene vorzustellen, sollte man noch nicht als Bewegliches Denken charakterisieren.

**Erfassen & Analysieren:** Zum Beweglichen Denken gehört auch, eine reale bzw. vorgestellte / „hineingesehene“ Bewegung in ihren Auswirkungen auf die Gesamtkonfiguration erfassen und analysieren zu können. Dies beinhaltet die Fähigkeit, die Fokussierung auf bestimmte Figurenaspekte (z. B. verschiedene Winkel) wechseln zu können und so jeweils relevante Veränderungen bzw. Invarianten im Blick zu haben.

**Änderungsverhalten Realisieren:** Der dritte wesentliche Aspekt des Beweglichen Denkens ist die Fähigkeit, das Änderungsverhalten qualitativ erfassen (realisieren!) und beschreiben, bei Problemlösungen aber auch (halb)quantitativ konkretisieren (realisieren!) zu können. Dies kann z. B. genutzt werden um Aussagen zur Lösbarkeit von Gleichungen zu machen.

### **Wo spielt Bewegliches Denken eine Rolle?**

Bewegliches Denken, im Sinne der genannten Komponenten, lässt sich in der Mathematik z. B. beim Begriffsverständnis, beim Schärfen des Problembewusstseins, beim Problemlösen und beim Beweisen gewinnbringend nutzen. Im Vortrag wurden hierfür jeweils Beispiele genannt.

In der didaktischen Literatur finden sich spätestens seit der Meraner Reform durchgängig Hinweise auf einzelne Komponenten des Beweglichen Denkens (vgl. Krüger 2000) und auch in der aktuellen didaktischen Diskus-

sion finden sich immer wieder Aspekte des Beweglichen Denkens. So werden unter anderem im Zusammenhang mit Funktionalem Denken, Raumvorstellung, Bewegung, Kinematik / Dynamik, Variation und Veränderlichenaspekt Fähigkeiten benötigt, die jeweils einer oder mehreren der oben angegebenen Komponenten des Beweglichen Denkens entsprechen. Obwohl also in vielen Bereichen implizit die Notwendigkeit des Beweglichen Denkens für das Verständnis erkannt und gefordert wird, fehlt eine globale Strategie zur Entwicklung und Förderung des Beweglichen Denkens im Unterricht. Grundlage meiner Arbeit ist folgende

**These:** Bewegliches Denken eröffnet einen anderen (zusätzlichen) Zugang zu Definitionen, Problemlösungen und Beweisen.

Auf diese These gestützt ergibt sich für meine Arbeit die

**Zielsetzung:** Konzeption und Evaluation von Unterrichtssequenzen zur Anbahnung und gewinnbringenden „Anwendung“ Beweglichen Denkens im Mathematikunterricht.

Wenn obige These zutrifft, dann muss es ein wesentliches Prozessziel des Mathematikunterrichts sein, Bewegliches Denken bei Schülerinnen und Schülern zu entwickeln. Dadurch wird ihnen bei fehlendem Kalkül eine Möglichkeit erschlossen an Problemstellungen heranzugehen.

### **Unterrichtssequenzen**

Gerade die Visualisierungsmöglichkeiten neuerer Computerprogramme bieten die Chance bewegliches Denken anzubahnen. Es muss aber, durch geeignete Maßnahmen, darunter insbesondere die Einforderung von Vorhersagen, Begründungen und Ergebnisfixierungen in Wort und Schrift, darauf hingearbeitet werden, dass Schüler nicht nur „mit der Maus ziehen“, sondern sich aktiv mit den entstehenden Veränderungen und Invarianten auseinandersetzen. Wichtig ist hier der Hinweis auf zwei wesentliche Zielrichtungen: Die Schüler müssen nach der Auseinandersetzung mit den Computerprogrammen in der Lage sein,

- auch ohne Computer, also *im Kopf*, ähnliche Bewegungen hineinsehen, analysieren und Änderungsverhalten realisieren und
- bei komplexeren Gegebenheiten einen geeigneten Computereinsatz planen und vorstrukturieren zu können.

In Abb. 1 ist eine Excel-Tabelle dargestellt, die eingebettet in eine entsprechende Lernumgebung, als Experimentiermaterial für das Gebiet Terme konzipiert wurde. Es geht hier darum, eine Vorstellung vom *Änderungs-*

verhalten von Termen zu entwickeln. Unter anderem ändert sich der Tabellenausschnitt, wenn man den x-Wert variiert.

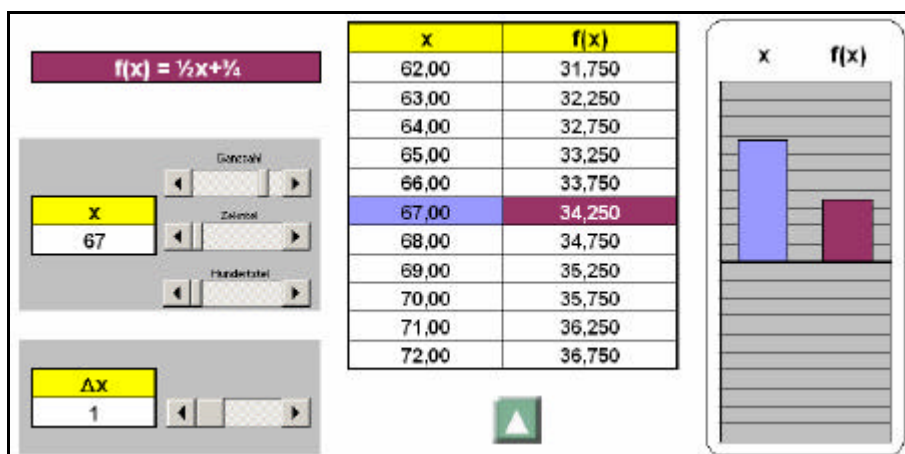


Abb. 1

Abb. 2, linkes Bild: Die Länge der Kreissehne e wird in Abhängigkeit von der x-Koordinate des Punktes C dargestellt [ $e(x_C)$ ]. Überlegen Sie, warum die Ortslinie des Punktes LeC so aussehen muss wie dargestellt. Versuchen Sie sich vorzustellen, was mit der Ortslinie von LeC passiert, wenn man am Punkt A zieht. Das rechte Bild zeigt die Fläche, die sich aus der Gleichung  $z = e(x_C; x_A)$  ergibt.

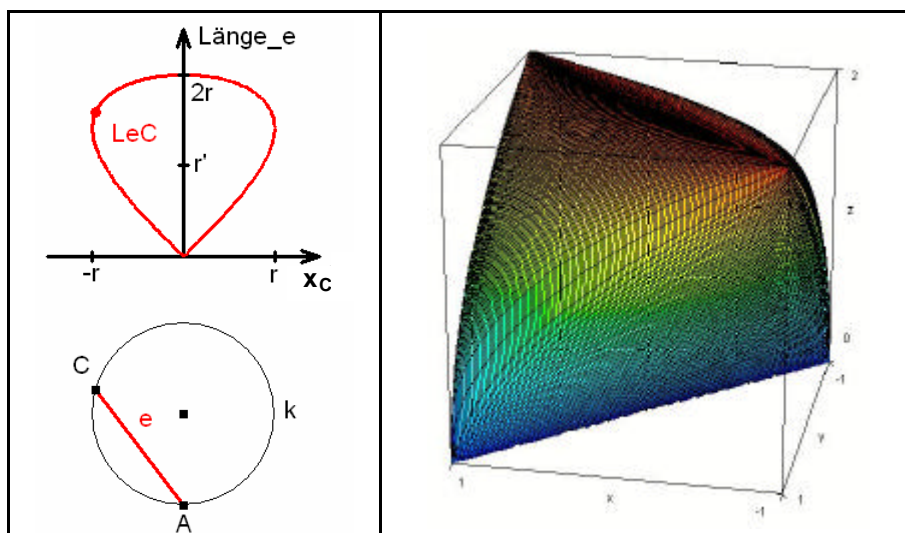


Abb. 2

## Literatur

**Aebli, Hans:** *Zwölf Grundformen des Lehrens*. Klett-Cotta, Stuttgart (1983), 2001<sup>11</sup>

**Krüger, Katja:** *Erziehung zum funktionalen Denken – Zur Begriffsgeschichte eines didaktischen Prinzips*. Dissertation vorgelegt am Fachbereich Mathematik der J. W. Goethe-Universität Frankfurt im Juli 1999, Logos-Verlag, Berlin, 2000