

# Lernpfade – Ein gangbarer Weg zur sinnvollen Nutzung digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht?!

Jürgen Roth

Die vorhandenen Computerwerkzeuge für den Mathematikunterricht entwickeln sich rasant weiter, die verfügbare Hardware wird immer besser und doch ist der Mathematikunterricht in der Fläche noch weit entfernt von einem regelmäßigen sinnvollen Computereinsatz. Nach wie vor berichten Kolleginnen und Kollegen an den Schulen von organisatorischen Problemen und haben selbst Lehramtsstudierende oft noch eine hohe Hemmschwelle bzgl. des Computereinsatzes zu überwinden. Viele der berichteten objektiven, aber auch gelegentlich nur vermeintlichen Probleme lassen sich z. B. mit dem Konzept der computer- und internetgestützten Lernpfade auf der Basis von dynamischen Mathematiksystemen wie etwa GeoGebra überwinden. Sind sie ein gangbarer Weg hin zu einer flächendeckenden und im Sinne des Tagungsthemas „richtigen“ Nutzung von Computerwerkzeugen im Mathematikunterricht? An Hand von verschiedenen konkreten Lernfadentypen wird diese Frage diskutiert.

Das Thema der Tagung des Arbeitskreises Mathematikunterricht und Informatik ist im Jahr 2011 „Verfügbare Digitale Werkzeuge im Mathematikunterricht richtig nutzen“. Dies ist umso bemerkenswerter, als vor genau 20 Jahren die Tagung des Arbeitskreises in Wolfenbüttel im Jahr 1991, zu der erstmalig ein Tagungsband erschienen ist, unter dem Titel „Mathematikunterricht im Umbruch“ (Hischer, 1992) stand. Damals wurde die mögliche „Trivialisierung“ von mathematischen Gebieten durch Hardware und Software diskutiert. In diesen 20 Jahren wurde intensiv mit der Frage gerungen wie ein adäquater Computereinsatz im Mathematikunterricht aussehen kann. In seinen Leitgedanken zur aktuellen Tagung bringt Anselm Lambert (2011) auf den Punkt, wie die Zielrichtung mathematikdidaktischer Konzeptions-, Entwicklungs- und Forschungsarbeit im Hinblick auf den Einsatz von Computerwerkzeugen im Mathematikunterricht aussehen muss:

*„Mathematikdidaktik hat die wichtige Aufgabe, weiter vorausschauend aktiv zu gestalten, und dabei Änderungsvorschläge theoretisch zu fundieren und gangbare Entwicklungswege aufzuzeigen. Konkret auch, um **verfügbare Digitale Werkzeuge im Mathematikunterricht endlich richtig zu nutzen**, sinnvoll zu nutzen, (selbst-)lernunterstützend zu nutzen, ... und tatsächlich zu nutzen.“* (Lambert, 2011)

Wie kann es sein, dass, nach 20 Jahren Forschungs- und Entwicklungsarbeit sowie des Auslotens von Potentialen in diesem Bereich, die tatsächliche Nutzung von Computerwerkzeugen im Mathematikunterricht immer noch nicht in der Fläche selbstverständlich ist, sondern eher das Gegenteil der Fall ist? In der Tat gilt nach wie vor:

*„Mathematikunterricht entwickelt sich weiter im Spannungsfeld der Neuen Möglichkeiten zwischen technischer Begeisterung und ängstlicher Beharrung – die Manche beschönigend ‚gute Tradition‘ nennen. Ein Zuviel an Potential kann lähmen. Downsizing tut Not. Unterrichtsszenarien aufzeigen, die **verfügbare Digitale Werkzeuge im Mathematikunterricht richtig nutzen** heißt vielleicht auch im vermeintlichen Schlaraffenland bescheiden bleiben und die verfügbaren Erfahrungen der Lehrpersonen mit herkömmlichen Unterricht – eben ohne digitale Werkzeuge, bei diesen haben Lernende einen Erfahrungsvorsprung – ernst nehmen.“* (Lambert, 2011)

Wenn man vor diesem Hintergrund der oben gestellten Frage nachgehen möchte, dann kann es sinnvoll sein, etwas zurückzuschauen und einzelne Entwicklungsschritte herauszuarbeiten. Dazu sollen im Folgenden rückblickend Ziele, Hemmschwellen und Lösungsansätze im Hinblick auf den Einsatz von Computerwerkzeugen im Mathematikunterricht zusammengetragen und diskutiert werden. Daran anschließend wird eine Annäherung an das Konzept „Lernpfade“ versucht, indem verschiedene Typen vorgestellt und gemeinsame Charakteristika sowie Qualitätskriterien herausgearbeitet werden. Auf dieser Grundlage wird der Frage nachgegangen, ob Lernpfade einem Lernparadigma zugeordnet werden können und ob sie einen gangbaren Weg zur sinnvollen Nutzung digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht darstellen. Abschließend geht es dann um Möglichkeiten zur Nutzung von und zum Umgang mit Lernpfaden durch Lehrkräfte.

## 1 Ziele, Hemmschwellen und Lösungsansätze für den Einsatz von Computerwerkzeugen im Mathematikunterricht

Oben wird auf das Jahr 1991 zurückgeblickt, die Auseinandersetzung mit Computerwerkzeugen beginnt aber natürlich viel früher. Da es hier nicht darum gehen kann, diese Geschichte vollständig darzustellen blickt der Autor zunächst sehr subjektiv auf eigene Erfahrungen zurück. Die erste Lehrerfortbildung zum Computereinsatz im Mathematikunterricht in Seminarform, mit wöchentlichen Treffen während eines ganzen Semesters, hat der

Autor im Wintersemester 2001/02 mit einer Gruppe von interessierten Gymnasiallehrkräften durchgeführt. Bereits damals wurden die Kolleginnen und Kollegen gefragt, welche Gründe für den Einsatz von Computerwerkzeugen im Mathematikunterricht sprechen und welche Probleme es damit gibt. Vier Jahre später, im Wintersemester 2004/05, hat der Autor wieder zwei Lehrerfortbildungsseminare gehalten, diesmal zum Einsatz von dynamischen Geometriesystemen (EUKLID DynaGeo bzw. GeoGebra). Auch zu Beginn dieser Veranstaltungsreihe wurden die teilnehmenden Kolleginnen und Kollegen schriftlich befragt (vgl. Roth, 2004 und 2006). Die Ziele, die die Kolleginnen und Kollegen an den Schulen mit dem Einsatz verfolgen, wurden unter der Rubrik „Gründe, die für einen Einsatz dynamischer Geometriesysteme (DGS) im Unterricht sprechen“ in einem offenen Antwortformat erhoben und waren analog zu denen im Jahr 2001. Die von den Lehrkräften genannten Aspekte lassen sich wie folgt gliedern:

## Gründe, die für den Einsatz von Computerwerkzeugen (hier DGS) im Mathematikunterricht sprechen

1. *Mathematische Perspektive*
  - DGS eröffnet andere Zugänge zu mathematischen Problemen.
  - DGS unterstützt die Verbindung zwischen Geometrie und Algebra.
  - Mit DGS lassen sich insbesondere funktionale Abhängigkeiten gut untersuchen und veranschaulichen.
2. *Werkzeugperspektive*
  - Mit DGS können Sonder- und Grenzfälle bewusst angesteuert und untersucht werden.
  - DGS bieten vielfältige Variationsmöglichkeiten.
  - Fallunterscheidungen können mit Hilfe von DGS gut realisiert werden.
  - Ein DGS ist eine gute Experimentierumgebung.
3. *Perspektive der Unterrichtsmethodik*
  - DGS sind ein Katalysator für Partner- und Gruppenarbeit
  - DGS unterstützen die individuelle Förderung von Schülerinnen und Schülern.
4. *Perspektive der Lehrkräfte*
  - Mit DGS lassen sich Entwicklungen gut darstellen.
  - Insbesondere beim Darstellen von Entwicklungen ermöglicht der Einsatz von DGS eine große Zeitersparnis innerhalb des Unterrichts.
  - DGS ist eine gute Hilfe zur Veranschaulichung mathematischer Phänomene.
  - Mit DGS lassen sich flexible Aufgabenstellungen realisieren.
  - Man kann mit Hilfe von DGS gut auf Schülerideen eingehen.
5. *Perspektive auf Schülerinnen und Schüler*
  - Mit DGS kann
    - Entdeckendes Lernen und
    - Problemlösendes Denken
    - Selbsttätigkeit
bei Schülerinnen und Schülern angeregt und effektiv unterstützt werden.
  - DGS kann helfen die „Anschauung“ bei Schülerinnen und Schülern zu entwickeln und zu nutzen.
  - DGS sind förderlich für die Entwicklung der Kreativität der Schülerinnen und Schüler.
6. *Motivation*
  - Computereinsatz ist zeitgemäß.
  - Computereinsatz motiviert.

Aus dieser Liste wird deutlich, dass Kolleginnen und Kollegen an Schulen sehr wohl Möglichkeiten erkennen, die digitale Werkzeuge im und für den Mathematikunterricht eröffnen. Daraus lassen sich unschwer die von ihnen implizit verfolgten Ziele ableiten. Allerdings wurde auch deutlich, dass Lehrkräfte eine Reihe von Problemen beim Einsatz von Computerwerkzeugen im Mathematikunterricht sehen. Um diese Probleme ungeschminkt erheben zu können wurden die Kolleginnen und Kollegen im Fragebogen nach ihren Erwartungen an die Fortbildung befragt.

## Hemmschwellen beim Computereinsatz in der Praxis

1. *Lehrkräfte schätzen ihre Fähigkeiten im Umgang mit Computerwerkzeugen als nicht ausreichend ein.*  
Die Erwartung vieler Kolleginnen und Kollegen an Fortbildungen zu Computerwerkzeugen sind, dass sie selbst mit den Funktionen des Werkzeugs vertraut werden, einen Überblick über die Möglichkeiten erhalten, die das Werkzeug bietet, Sicherheit im Umgang mit dem Werkzeug erlangen und Tipps und Tricks im Hinblick auf die Bedienung des Werkzeugs erfahren. Dies deutet darauf hin, dass Lehrkräfte ihre Fähigkeiten zur Nutzung von Computerwerkzeugen häufig als nicht ausreichend einschätzen.
2. *Lehrkräfte sehen Nachholbedarf hinsichtlich Unterrichtsmethodischer Fragen zum Computereinsatz.*  
Fortbildungsteilnehmer erhoffen sich Input bzgl. der Frage *wo* (Bei welchen inhaltlichen Themen lohnt sich ein Einsatz?) und *wie* (Wie kann ein computergestützter Unterricht methodisch sinnvoll gestaltet werden?)

ein Unterrichtseinsatz von Computerwerkzeugen sinnvoll ist. Es kommen auch immer wieder Fragen auf, die gerade aktuell sind. Im Jahr 2004 interessierte etwa der Computereinsatz im Rahmen der „neuen Aufgabekultur“, im Jahr 2011 wäre möglicherweise das kompetenzorientierte Unterrichten mit Computerwerkzeugen ein Thema das Lehrkräfte interessiert. Dies führt zu der Erkenntnis, dass offensichtlich nicht erwartet werden kann, dass alle Lehrkräfte ihre unterrichtsmethodischen Fähigkeiten selbständig auch für computerzentrierte Lernarrangements nutzen können.

3. *Lehrkräfte halten es für eine zeitliche und technische Überforderung, wenn sie die computerbasierten Unterrichtsmaterialien für ihren Unterricht alle selbst erstellen sollen.*

Eine klar und deutlich geäußerte Erwartung an Lehrerfortbildungen zum Computereinsatz im Mathematikunterricht besteht darin, gemeinsam Unterrichtsmaterialien für den eigenen Unterricht zu erstellen oder diese zur Verfügung gestellt zu bekommen.

4. *Lehrkräfte vermissen eine Kooperation unter den Mathematikkolleginnen und -kollegen.*

Allen befragten Lehrkräften sind die Kooperation und der Austausch unter Kolleginnen und Kollegen desselben Fachs sehr wichtig. Sie erwarten, dass die Möglichkeit zu einem solchen Austausch (gerne auch über Schulgrenzen hinweg) auf Fortbildungen geboten oder sogar organisiert wird. Gerade im Zusammenhang mit dem Computereinsatz wird das Fehlen eines solchen Austauschs als besonders problematisch empfunden.

5. *Lehrkräfte geben an das es nach wie vor große organisatorische Probleme gibt, wenn Computer im Mathematikunterricht eingesetzt werden sollen.*

Insbesondere die Nutzung von Computern in Gruppen- oder Partnerarbeit durch die Schülerinnen und Schüler selbst scheint nach wie vor große organisatorische Probleme zu verursachen. Entweder ist der Computerraum (oder der Laptop-Wagen) ständig belegt, oder er muss sehr langfristig vorher gebucht werden. Ein spontaner Einsatz von Computern durch die Schülerinnen und Schüler scheitert an vielen Schulen auch daran, dass die Update- bzw. Installationszyklen sehr (zu) lange sind. Letzteres liegt nach wie vor auch daran, dass die Wartung von Computern in der Regel nebenher von nicht dazu ausgebildeten Lehrkräften durchgeführt wird.

Neben diesen Problemen nennt Hans-Georg Weigand (2000) zehn grundsätzliche Bedenken von Lehrkräften gegenüber dem Computereinsatz im Mathematikunterricht. Dazu zählen Bedenken, die sich auf die eigene Person der Lehrkraft und deren potentielle Überforderung beziehen: Genannt werden *Verunsicherung*, weil ständig etwas Neues kommt, ein *Minderwertigkeitsgefühl*, weil die Schülerinnen und Schüler häufig besser in der Anwendung von Computern sind, *fehlende Weiterbildungen* (Wann soll ich das lernen?) und die *Schnellebigkeit des Mediums* (Wer soll da den Überblick behalten?). Es gibt aber auch Bedenken hinsichtlich des Wohls der Schülerinnen und Schüler: Es wird befürchtet, dass der Computereinsatz zur *Bequemlichkeit* (Knöpfchen statt Köpfchen) und zum *Autoritätsglauben* (Der Computer weiß alles, eigene Fantasie und Kreativität sind nicht mehr gefragt.) verführt. Es wird aber auch die potentielle Gefahr der *Vereinsamung* (Häufiges „kommunizieren“ mit dem Computer und nicht mit Menschen.) und der *Reizüberflutung* (Computer gehören in die Freizeit und nicht in den Unterricht.) gesehen. Weitere Gegenargumente sind die Befürchtung, dass ein Computereinsatz im Unterricht *nichts für leistungsschwache Schülerinnen und Schüler* ist, denn der Unterricht werde dadurch anspruchsvoller, weil stärker problem- und weniger kalkülorientiert, sowie die *potentiell fehlende Entwicklung von Grundfertigkeiten* („Man muss auch bei Stromausfall eine Funktion ableiten können.“).

Schlagwortartig zusammengefasst geht es beim Einsatz von Computerwerkzeugen im Mathematikunterricht darum,

- die Selbsttätigkeit der Schülerinnen und Schüler zu unterstützen und
- die digitalen Werkzeuge sinnvoll zu nutzen, um die Ziele des Mathematikunterrichts zu erreichen.

Die Probleme die dabei in der Praxis auftreten, drehen sich um den Umgang mit digitalen Werkzeugen. Das Wort „Umgang“ umfasst hier drei Aspekte, nämlich

- die Handhabung (Werkzeugkompetenz),
- die methodische Unterrichtseinbindung (Methodenkompetenz) und
- die technisch-organisatorische Verfügbarkeit.

### **Ansätze zum sinnvollen und selbständigen Einsatz neuer Medien durch Schülerinnen und Schüler**

Betrachtet man die Literatur zum Computereinsatz im Mathematikunterricht der letzten 20 Jahre, so kann man grob drei Ansätze zur Gestaltung eines selbsttätigen und sinnvollen Einsatzes von Computerwerkzeugen durch die Schülerinnen und Schüler ausmachen.

1. Nutzung des „nackten“ Systems.
2. Arbeiten mit vorgefertigten Konfigurationen (interaktiven Arbeitsblättern).
3. Arbeiten im Rahmen von dynamischen Lernumgebungen.

### 1. Nutzung des „nackten“ Systems

Der ursprüngliche Ansatz bestand darin, die Schülerinnen und Schüler Computerwerkzeuge von Anfang an selbstständig nutzen und sie ggf. notwendige Konfigurationen von Grund auf selbst produzieren zu lassen. Dazu gibt es sehr viele Beispiele aus der Anfangszeit des Computereinsatzes, die hier nicht alle aufgelistet werden können. Eines der letzten dieser Beispiele findet sich bei Kittel (2007). Diese Zugangsweise hat sich nicht durchgesetzt, weil unter anderem der Einstieg in das Arbeiten mit dem jeweiligen Computerwerkzeug auf diese Weise unter Umständen zur reinen und insbesondere mathematikfreien „Produktschulung“ gerät. Im Mittelpunkt sollten aber immer die mathematischen Inhalte und nicht das Werkzeug stehen. Daneben hat dieser Zugang auch nicht zu einem flächendeckenden Einsatz von Computerwerkzeugen geführt. Ein Grund dafür kann insbesondere die fehlende Werkzeugkompetenz vieler Lehrkräfte sein, die sich oft nicht zutrauen, den Schülerinnen und Schülern in einem derart offenen Setting adäquate Hilfestellungen anbieten zu können.

### 2. Arbeiten mit vorgefertigten Konfigurationen (interaktive Arbeitsblätter)

Die Erfahrung, dass gerade der Einstieg in das selbständige Arbeiten mit Computerwerkzeugen oftmals misslang und entweder als zu schwierig oder zu wenig mathematikorientiert erschien, führte zu einem neuen Ansatz. Er besteht darin, den Lehrkräften sowie ihren Schülerinnen und Schülern vorgefertigte Konfigurationen in Form von interaktiven Arbeitsblättern an die Hand zu geben. *Interaktive Arbeitsblätter* bestehen in der Regel aus einer Internetseite, auf der sich ein Applet (ein im Browser lauffähiges Programm) auf der Basis eines dynamischen Geometriesystems (DGS) oder dynamischen Mathematiksystems (DMS) und zugehörige Aufgabenstellungen befinden (vgl. etwa Schumann 1998, Elschenbroich und Seebach 1999, Elschenbroich 2001b, Heintz 2001, Gawlick 2003, Wegerle 2003, Baptist 2004, Meier 2009). Eine Liste mit Internetquellen zu interaktiven Arbeitsblättern findet man unter *mathematikunterricht.net* -> 4.6 *Planung wichtiger Unterrichtsphasen*. Die Konfigurationen werden zusammen mit entsprechenden Arbeitsaufträgen von Mathematikdidaktikern oder erfahrenen Kolleginnen und Kollegen produziert und dienen als Experimentierumgebungen für spezifische Fragestellungen des Mathematikunterrichts. Dabei werden zwei Ziele verfolgt: Einerseits soll durch die kostenlose und leicht verfügbare Bereitstellung geeigneter Materialien im Internet (gelegentlich auch kommerziell auf CD-ROM) die Hemmschwelle zur Nutzung von Computerwerkzeugen auf der Seite der Lehrkräfte reduziert werden und der Zugriff für Schülerinnen und Schüler darauf jederzeit möglich sein. Andererseits soll so erreicht werden, dass Schülerinnen und Schüler Computerwerkzeuge von Anfang an selbstständig zum zielgerichteten Mathematik treiben nutzen und nicht mathematikfrei am Produkt geschult werden. Ein erhoffter Nebeneffekt dabei ist, dass Schülerinnen und Schüler durch den Umgang mit interaktiven Arbeitsblättern quasi nebenbei die Grundlagen des Umgangs mit dem entsprechenden Computerwerkzeug erlernen. Dadurch sollen sie immer unabhängiger von interaktiven Arbeitsblättern werden und das Werkzeug schließlich selbstständig und ohne Vorgaben verwenden können.

Im Hinblick auf Lehrkräfte dienen zur Verfügung gestellte interaktive Arbeitsblätter auch dazu, aufzuzeigen, wie und für welche Zwecke Computerwerkzeuge im Unterricht eingesetzt werden können. Letztlich wollen sie Anregungen für die eigene Gestaltung interaktiver Arbeitsblätter geben. Manchen Sammlungen im Internet, wie etwa die des Autors unter [www.juergen-roth.de/dynageo/](http://www.juergen-roth.de/dynageo/) sind aus diesem Grund nur zum Teil als interaktive Arbeitsblätter ausgearbeitet. Daneben gibt es auch reine Applets auf der Basis von EUKLID DynaGeo, für die die Arbeitsaufträge, die sie zu interaktiven Arbeitsblättern machen von der jeweiligen Lehrkraft selbst erstellt werden müssen. Dies stellt einerseits einen Zwischenschritt auf dem Weg zu komplett selbsterstellten interaktiven Arbeitsblättern dar und eröffnet andererseits die Möglichkeit die Materialien auf die eigene Unterrichtspraxis und die jeweilige Klasse abzustimmen. Interaktive Arbeitsblätter bleiben aber ein Angebot für einen kurzzeitigen und überschaubaren Computereinsatz.

### 3. Arbeiten im Rahmen von dynamischen Lernumgebungen

Sehr bald wurden die angebotenen dynamischen Arbeitsblätter erweitert zu dynamischen Lernumgebungen, die grundsätzlich nichts anderes sind als über eine HTML-Umgebung miteinander verknüpfte dynamische Arbeitsblätter. Die Idee hierbei besteht darin, dass sich Schülerinnen und Schüler auf diese Weise selbstständig und in ihrem eigenen Arbeitstempo mit einem mathematischen Thema auseinandersetzen. Hier sind auch Bilder und zum Teil Hilfestellungen zur Benutzung der Applets sowie die Aufforderung zur Dokumentation der Ergebnisse integriert. Entsprechendes findet man etwa bei Baptist (2004) und Miller/Ulm (2006). Dynamische, computergestützte Lernumgebungen werden in der Regel über das Internet zur Verfügung gestellt. Wie alle Lernumgebungen sollten Sie folgenden Bedingungen genügen (vgl. Vollrath, Roth, 2011, S. 156):

*Lernumgebungen für den Mathematikunterricht*

- sind auf das selbstständige Arbeiten von Lerngruppen oder individuellen Lernenden abgestellt,
- sollen entdeckendes Lernen ermöglichen,
- sind inhaltlich durchdacht aufgebaut und fachlich korrekt,
- bieten vielfältige Zugänge zu einem mathematischen Phänomen,
- umfassen geeignete Medien, Materialien sowie Aufgabenstellungen, die hinreichend offen sind, um differenzierend zu wirken,



- setzen einen methodischen und sozialen Rahmen,
- fordern zur Kommunikation und Reflexion über das Erarbeitete heraus,
- enthalten Aufforderungen zur Dokumentation der Ergebnisse
- und bieten bei Bedarf individuell abrufbare Hilfestellungen an.

Zu diesen Aspekten treten bei computergestützten Lernumgebungen weitere hinzu, die bei der Entwicklung und Beurteilung zu beachten sind (vgl. etwa Heintz, Wittmann, 2002). Es ergeben sich aber auch zusätzliche Möglichkeiten für die Gestaltung, die sich insbesondere auf die Dynamik der Darstellung und die Interaktivität beziehen. Diese Aspekte sollen nun anhand von sogenannten „Lernpfaden“ dargestellt werden.

## 2 Lernpfade – eine Annäherung

Seit einiger Zeit wird die Bezeichnung „Lernpfad“ für dynamische Lernumgebungen verwendet, die besonderen Anforderungen genügen. Im Folgenden wird der Versuch unternommen, diese Anforderungen zusammenzustellen und damit den Begriff „Lernpfad“ zu fassen. Dazu werden zunächst Ansätze aus der Literatur zur Frage, was Lernpfade sind, zusammengestellt.

### Lernpfade in der Literatur

Wohl zum ersten Mal verwendet wurde diese Bezeichnung von der Gruppe um Franz Embacher und Petra Oberhuemer, die für die Onlineplattform „Mathe online“ ([www.mathe-online.at](http://www.mathe-online.at)) verantwortlich sind und dort seit 2002 auch „Lernpfade“ für den Mathematikunterricht an Schulen entwickeln und bereitstellen. Sie charakterisieren Lernpfade wie folgt:

„Lernpfade

- ... stellen in gewisser Weise eine Antwort auf die (oder „Entschärfung“ der) Modularisierung dar.
- ... [sind] Lernhilfen, die von Lehrenden für Lernende gestaltet werden.
- ... dienen dazu, einzelne (ansonsten isolierte) Lernhilfen zu einem Ganzen zu integrieren und Lernprozesse zu organisieren.“ Embacher (2004a)

„Ein Lernpfad ist

- ... KEIN Lernmanagement-System
- ... ein *Werkzeug*, um Ressourcen in einer didaktisch sinnvollen Abfolge zusammenstellen zu können.
- ... ‚Content‘, Inhalt, Material.“ Oberhuemer (2004)

Lernpfade können nach Oberhuemer (2004) entweder als „*Empfehlung*“ für einen bestimmten Weg durch ein Themengebiet“ oder aber als „konkrete *Anweisung*“ für die Erarbeitung eines Themengebiets“ verstanden werden und gemeint sein. Mit der ersten Perspektive ergibt sich die Möglichkeit einer offenen Herangehensweise, die es den Schülerinnen und Schülern erlaubt, in Anhängigkeit von ihren jeweiligen Bedürfnissen und Vorkenntnissen, den vorgespurten Weg auch zu verlassen. Dies ermöglicht es ihnen, sich eigene Wege zu bahnen, also z. B. Abkürzungen zu wählen oder auch einmal länger und vertiefter bei einem Thema zu verweilen. Alleine schon aus dieser Darstellung wird deutlich, dass Lernpfade sicher nicht mit einem bestimmten Lernparadigma verknüpft sind. Insbesondere sind sie nicht mit dem auf der behavioristischen Lerntheorie Skinners basierenden programmierten Unterricht gleichzusetzen. Mit Timo Leuders (2005) ist zu konstatieren, dass ein Lernpfad in Abhängigkeit vom jeweiligen Entwickler „zwischen instruktivistischem und konstruktivistischem Paradigma“ einzuordnen ist. Je nach Einsatzweise sind Lernpfade aber immer auch im Sinne konstruktivistischer Lerntheorien verwendbar. Die Schwerpunktsetzung und Ausrichtung ist natürlich stark vom jeweiligen Autor abhängig. So beschreibt etwa Evelyn Stepancik (2008) den von ihr im Rahmen ihrer Dissertation erstellten Lernpfad wie folgt: Er „(...) bietet die Informationen bzw. den Inhalt den Lernenden in klar strukturierter Abfolge dar und ist somit (...) von kognitivistischen Lerntheorien geprägt. Dabei haben die Lernenden die Freiheit, eigene Lernwege einzuschlagen. Ein solches webbasiertes Unterrichtsangebot ermöglicht den Lernenden eigenes Erkunden und räumt dem individualisierten Lernen große Bedeutung ein. Ein wichtiges Merkmal kognitivistisch orientierter (webbasierter) Unterrichtsangebote ist auch die didaktische Vorsortierung der Inhalte (...). Lernpfade unterscheiden sich klar von behavioristisch geprägten Computerlernprogrammen oder Unterrichtsangeboten, da diese den Lehrgegenstand bzw. den Inhalt in elementare, aufeinander aufbauende Informationseinheiten, so genannte Lehrstoffatome, unterteilen, die von den Lernenden sequenziell ‚konsumiert‘ werden müssen (...). Ein Lernpfad dagegen soll (...) zur aktiven Auseinandersetzung mit den präsentierten Informationen und Inhalten in Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit anregen.“ (Stepancik 2008, S. 152)

Wesentliche weitere Aspekte von Lernpfaden beschreibt Franz Embacher (2004a): „Die Hauptsache bei der Entwicklung eines Lernpfads besteht nur oberflächlich gesehen in der Auswahl und Aneinanderfügung geeigneter Lernmaterialien (wie Visualisierungen und Tools). Bereits nach kurzer Erfahrung mit dem Konzept erwies sich die Gestaltung und innere Logik der *Beschreibungstexte*, die sich auf die einzelnen Materialien beziehen, als der entscheidende Punkt. Erst dadurch bekommt der „Pfad“ durch den Contentpool einen auf das Lernen bezogenen Sinn, und hierin liegt der Schlüssel zur didaktischen Qualität eines Lernpfads. Das gilt insbesondere dann, wenn Lernpfade zur Organisation selbstgesteuerten, eigenverantwortlichen Lernens eingesetzt werden.“ (Embacher 2004a, S. 3) Dies deckt sich mit der Sichtweise von Markus Mann und Anita Dorfmayr (2007) für die Lernpfade strukturierte Materialienpools im Internet sind, die interaktive Materialien

wie Applets, dynamische Arbeitsblätter und Tests enthalten. Wesentlich ist für sie dabei, dass ein Arbeitsplan vorliegt, der auf Schüler selbsttätigkeit abzielt und die Schülerinnen und Schüler entdecken, Vermutungen formulieren, argumentieren und begründen lässt.

Astrid Ernst (2005), die sich in ihrer Dissertation mit der konstruktivistisch orientierten Aufbereitung mathematikdidaktischer Inhalte für Hypermedia auseinandergesetzt hat, benennt schlaglichtartig Problembereiche, die dabei auftreten können. So muss festgestellt werden, dass die eigenverantwortliche Steuerung der Lernprozesse bei Schülerinnen und Schülern zu Beginn noch nicht ausreichend funktioniert und sie sich auch deshalb in den bereitgestellten Materialien verlieren ('lost in hyperspace'). Maßnahmen die dieser Problematik entgegenwirken sollen, sind „Pfade durch den Informationsbestand: Die Pfade sollen von der LernerIn verlassen werden können, um eigengesteuert einen Weg zu suchen. Anschließend soll die LernerIn auf den Pfad zurückkehren können. Pfade in unterschiedlichen Schwierigkeitsstufen könnten ebenfalls vorteilhaft sein.“ (Ernst 2005, S. 69)

Vollrath und Roth (2012, S. 219) fassen wesentliche Aspekte von Lernpfaden wie folgt zusammen: „Lernpfade, die manchmal auch immer noch als *dynamische Lernumgebungen* bezeichnet werden, gehen insoweit über interaktive Arbeitsblätter hinaus, als sie in der Regel eine ganze Sequenz von aufeinander abgestimmten interaktiven Aufgaben umfassen (Eirich und Schellmann 2008, 2009, Ulm 2009). Es handelt sich hierbei um ganze Unterrichtseinheiten, die von den Schülerinnen und Schülern selbsttätig bearbeitet werden. Zu den Arbeitsaufträgen gibt es jeweils abrufbare Hilfen und in der Regel die Möglichkeit, die eigenen Ergebnisse zu kontrollieren. Lernpfade weisen häufig eine Bausteinstruktur auf, so dass Schülerinnen und Schüler im Sinne der Differenzierung entsprechend ihres jeweiligen Leistungsstands für sie geeignete Bausteine auswählen können. Wichtig ist, dass die Erarbeitungsergebnisse in einem Protokoll festgehalten werden und dies auch immer im Rahmen der Arbeitsaufträge eingefordert wird.“ Selbst komplexe Lernpfade sind, da in der Regel im Internet abrufbar, jederzeit verfügbar und damit zeitökonomisch einsetzbar. Eine Liste mit Internetquellen zu Lernpfaden findet man unter *mathematikunterricht.net* -> 4.6 Planung wichtiger Unterrichtsphasen.

### Was macht einen (guten) Lernpfad aus?

Die obige Auswahl an Literaturstellen zu Lernpfaden macht deutlich, dass es eine Vielzahl von Sichtweisen gibt, und eine Definition der Bezeichnung „Lernpfad“ deshalb schwierig ist. Es wurden und werden aber schon nennenswert viele Lernpfaden erstellt. Für deren Bewertung und ihre Entwicklung sind Kriterien wünschenswert, die beschreiben, was einen guten Lernpfad ausmacht. In ihrer Dissertation „multimediale Lernumgebungen in der Mathematik“ hat Stefanie Krivsky (2003) für das Projekt [www.matheprisma.de](http://www.matheprisma.de) bereits wichtige Aspekte herausgearbeitet. Obwohl Krivsky die Bezeichnung Lernpfad nicht verwendet, ist „MathePrisma“ als Zusammenstellung von Lernpfaden für verschiedenste Themen zu sehen. Für einen Entwickler von Lernpfaden ist allerdings eine knappe Zusammenstellung wesentlicher Kriterien notwendig. Aus diesem Grund haben sich im Jahr 2006 mehrere an Lernpfaden arbeitende Gruppen getroffen, um unter anderem einen Kriterienkatalog für die Entwicklung guter Lernpfade und deren Bewertung zu erstellen. An diesem „Wiener Treffen zu Lernpfaden“ waren aus Österreich die mathe-online-Gruppe ([www.mathe-online.at](http://www.mathe-online.at)) und die Medienvielfalt-Gruppe ([www.austromath.at/medienvielfalt/](http://www.austromath.at/medienvielfalt/)) sowie aus Deutschland die Pentagramm-Gruppe ([dmuw.de/wissenschaft/pentagramm-projekt/](http://dmuw.de/wissenschaft/pentagramm-projekt/)) und die DynaMa-Gruppe ([www.juergen-roth.de/dynama/](http://www.juergen-roth.de/dynama/)) beteiligt. Der dort entstandene Kriterienkatalog kann auf der Seite <http://wiki.zum.de/Mathematik-digital/Kriterienkatalog> eingesehen werden. Die Qualitätskriterien für Lernpfade lassen sich in sechs Gruppen untergliedern:

1. Schülerorientierung
2. Schüleraktivitäten
3. Inhalt
4. Oberfläche
5. Medieneinsatz
6. Angebote für Lehrkräfte

#### 1. Schülerorientierung

Lernpfade müssen schülerorientiert gestaltet werden. Hierzu gehören die Verwendung einer *schüleradäquaten Sprache*, die *Transparenz der Ziele* des Lernpfades und *Erwartungen* an die Schülerinnen und Schüler sowie die *Eröffnung der Möglichkeit zur Differenzierung*. Wesentlich ist auch, dass die Schülerinnen und Schüler angehalten werden, ihre Ergebnisse, aber auch den Erarbeitungsprozess zu *protokollieren* und dass es *Tests* bzw. Möglichkeiten zur *Ergebniskontrolle* gibt.

#### 2. Schüleraktivitäten

Für eine erfolgreiche selbstständige Bearbeitung eines Lernpfades ist eine Reihe von Schüleraktivitäten unabdingbar. Dazu gehören das *Aufstellen* und schriftliche *Formulieren von Vermutungen*, das *Experimentieren*, das *Kommunizieren* mit dem Partner, der Gruppe und/oder dem Plenum und nicht zuletzt das *Begründen* und *Reflektieren* von Entdeckungen. Alle diese Aktivitäten sollten bei einem guten Lernpfad explizit von den Schülerinnen und Schülern eingefordert werden.

### 3. Inhalt

Auch wenn es selbstverständlich klingt: Der mathematische Inhalt eines Lernpfads muss natürlich fachlich korrekt sein. Dies ist leider nicht bei allen im Internet auffindbaren Lernpfaden gegeben. Darüber hinaus muss der Lernpfad inhaltlich sinnvoll strukturiert sein.

### 4. Oberfläche

Die Bedienungsfläche eines Lernpfads muss *benutzerfreundlich* sein, eine *selbsterklärende Navigationsstruktur* aufweisen und technische, sowie inhaltliche (ggf. gestufte) Hilfestellungen umfassen, die die Schülerinnen und Schüler bei Bedarf abrufen können. Bei den technischen Hilfestellungen handelt es sich um solche, die erläutern, wie die eingebundenen Applets in die HTML-Umgebung zu bedienen sind.

### 5. Medieneinsatz

Der Medieneinsatz innerhalb des Lernpfads sollte zieladäquat sein und Interaktivitäten enthalten. Es ist auf einen geeigneten Medienmix zu achten, bei dem nicht nur mit dem Computer sondern ggf. auch mit gegenständlichen Modellen, auf jeden Fall aber auch mit Papier und Bleistift gearbeitet wird.

### 6. Angebote für Lehrkräfte

Lernpfade sollten idealerweise Angebote für Lehrkräfte umfassen. Dazu gehören eine Transparenz der verfolgten Ziele, die Angabe der notwendigen Vorkenntnisse, eine Arbeitsblatt- bzw. Protokollvorlage und ggf. ein Angebot für die Lernzielkontrolle.

Diese Liste ist sehr umfangreich. Existierende Lernumgebungen werden in der Regel nicht alle diese Kriterien erfüllen, müssen sich aber trotzdem an ihnen messen lassen. Um Lernpfade identifizieren zu können sei nun noch einmal zusammenfassend dargestellt, was einen Lernpfad ausmacht:

*Ein Lernpfad ist eine strukturierte über das Internet bereitgestellte Lernumgebung (ein „Pfad“), die mindestens eine Unterrichtseinheit (eine Unterrichtsstunde) umfasst und auf das selbstständige Arbeiten von Schülerinnen und Schülern ausgelegt ist. Mit einem Lernpfad soll entdeckend, eigenverantwortlich und idealerweise situiert gelernt werden. Er umfasst Interaktivitäten, Medien, Materialien, Hilfestellungen die bei Bedarf abgerufen werden können und Aufgabenstellungen die fachlich korrekt sind, vielfältige Zugänge eröffnen und hinreichend offen sind um differenzierend zu wirken. Die Aufgabenstellungen eines Lernpfads fordern Kommunikation, Partner- oder Gruppenarbeit, Reflexion des eigenen Tuns sowie die Dokumentation der Prozesse und der Ergebnisse ein. Durch diese Anlage vernetzen Lernpfade Inhalte, Medien, individuelle Perspektiven und ggf. Lernorte (Schule, „Kinderzimmer“, ...).*

## 3 Beispiele für Lernpfade

Im Internet gibt es vielfältige Beispiele für Lernpfade. In Abbildung 1 ist eine Auswahl von Quellen für Lernpfade dargestellt, die unter *mathematikunterricht.net* -> 4.6 Planung wichtiger Unterrichtsphasen im Internet als Linkliste abrufbar ist.

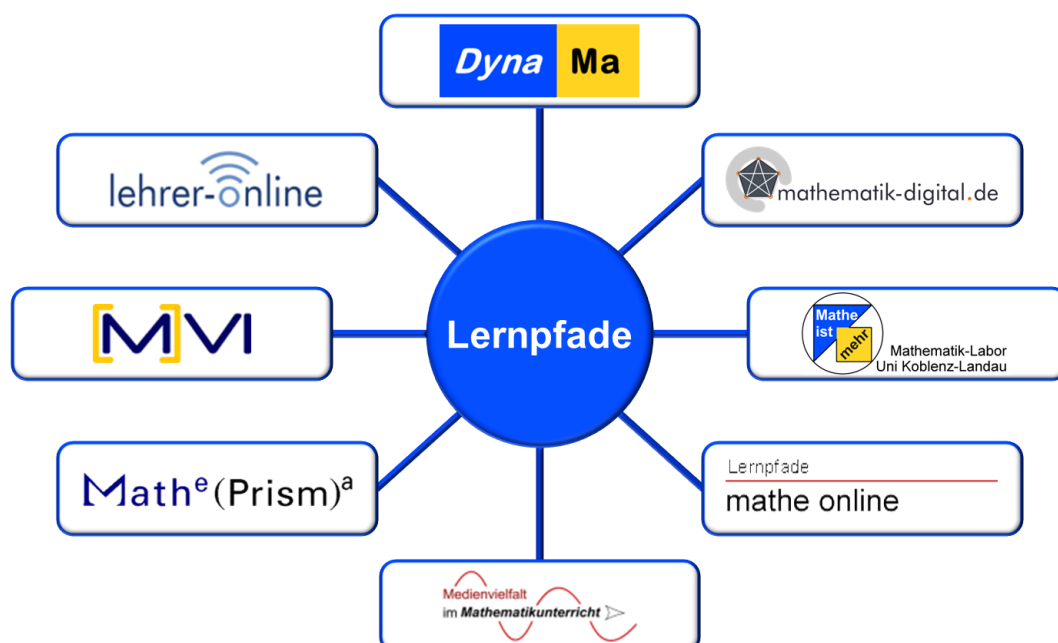


Abb. 1: Auswahl von Quellen für Lernpfade

Lernpfade lassen sich grob in drei Typen einteilen, je nachdem auf welche Weise ihre Struktur, also die „Aufgabenstellungen“ und deren intendierte Abfolge bereitgestellt werden. Dies kann entweder über Arbeitsblätter oder über eine HTML-Umgebung (HTML: Hypertext Markup Language) oder auf der Basis eines Wikis geschehen.

### Arbeitsblatt-basierte Lernpfade

Für Arbeitsblatt-basierte Lernpfade spricht, dass sie bzgl. der Organisationsform nahe am „üblichen“ Unterricht liegen und diese Arbeitsblätter gleichzeitig der Protokollierung der Prozesse und Ergebnisse dienen können. Dies erkaufte man sich aber mit einer Reihe von Nachteilen: So müssen zum Aufruf der Interaktivitäten und Medien, die ein zentraler Bestandteil eines Lernpfades sind, jeweils mühsam Internetadressen in den Browser eingegeben werden. Auch Hilfestellungen können so nicht punktgenau zur Aufgabenstellung abgerufen werden. Schließlich ist die Gesamtstruktur des Lernpfades nicht durchgängig verfügbar, wodurch das Beschreiten individueller Lernwege für Schülerinnen und Schüler erschwert wird.

### HTML-basierte Lernpfade

Aufgrund dieser Überlegungen wurden HTML-basierte Lernpfade entwickelt. Diese entstanden unter anderem auch in zwei Lehrerarbeitskreisen unter der Leitung des Autors, die unter dem gemeinsamen Dach „DynaMa“, also **D**ynamische **M**athematik firmiert und deren Ergebnisse im Internet unter der Adresse [www.juergen-roth.de/dynama/](http://www.juergen-roth.de/dynama/) abgerufen werden können. Beide Arbeitskreise haben sich aus Lehrerfortbildungsseminaren entwickelt, die der Autor im Wintersemester 2004/05 zu je einem dynamischen Geometriesystem (DGS) angeboten hat. Die Grundideen der daraus entstandenen Lernpfade verdeutlicht die Abbildung 2.



Abb. 2: Grundideen der DynaMa-Lernpfade

Der Grundgedanke war, die Möglichkeiten eines DGS auszunutzen, um auf Schüler-selbsttätigkeit ausgerichtete Unterrichtseinheiten zu entwickeln, die in Bausteinstruktur aufgebaut und damit individuell nutzbar und ökonomisch im Internet verfügbar sein sollten. Dazu wurden zu den Arbeitsaufträgen abrufbare Hilfen und die Möglichkeit der Ergebniskontrolle zur Verfügung gestellt, sowie Schülerprotokolle zu den Prozessen und Ergebnissen des Arbeitens der Schülerinnen und Schüler an den Lernpfaden eingefordert.

Der Arbeitskreis (AK) DynaGeo, bestehend aus Mathematiklehrkräften bayerischer Realschulen, hat HTML-basierte Lernpfade entwickelt, deren Interaktivitäten aus EUKLID DynaGeo-Applets (also auf dem DGS EUKLID DynaGeo basierende Applets) bestehen. Sie sind jeweils für genau eine Unterrichtsstunde (45 Minuten) selbständiger Arbeit im Computerraum für Schülerinnen und Schüler von Realschulen konzipiert und beschränken sich inhaltlich auf Themen aus dem Geometrieunterricht.

Der AK GeoGebra setzt sich aus Mathematiklehrkräften bayerischer Gymnasien zusammen und hat Lernpfade auf der Basis von GeoGebra-Applets (d. h. auf dem DGS GeoGebra gestützte Applets) erstellt. Der inhaltliche Schwerpunkt ist hier die Entwicklung des Funktionsbegriffs im Rahmen einer nach dem Spiralprinzip angelegten Bausteinstruktur. Die einzelnen Bausteine/Lernpfade dieser Struktur lassen sich je nach Unterrichtsinteresse



einzelnen bearbeiten oder auch geeignet kombinieren. Eine Übersicht über die Lernpfade zum Thema Funktionen gibt Abbildung 3. Die Schülerinnen und Schüler sollen an diesen Lernpfaden im Sinne des von Winter (1984) propagierten „entdeckenden Übens“ arbeiten. Er schreibt dazu: „Tatsächlich ist das Üben dem entdeckenden Lernen inhärent: Einerseits sind Entdeckungen nur möglich, wenn auf verfügbaren Fertigkeiten und abrufbaren Wissens-elementen aufgebaut werden kann. (...) Andererseits wird umgekehrt beim entdeckenden Lernen ständig wiederholt und geübt, und zwar vorwiegend immanent, also im Zuge der Lösung einer übergeordneten Fragestellung.“ (Winter, 1984, S. 6)



Abb. 3: Übersichtsseite zu den Lernpfaden zum Thema Funktionen

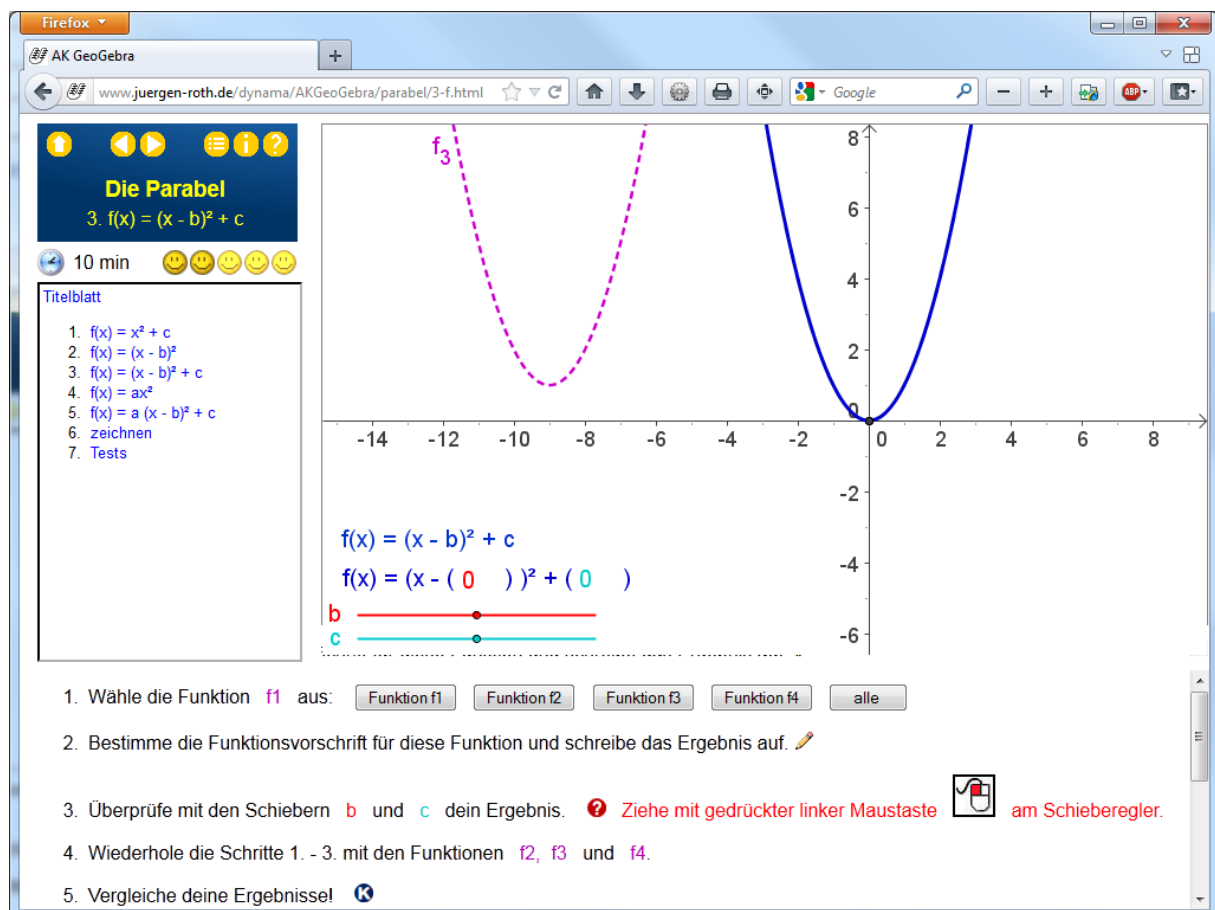
Am Beispiel von Lernpfaden des AK GeoGebra werden nun die Konzeption und einzelne Gestaltungselemente dieser Lernpfade herausgearbeitet und dargestellt, wie damit Problemen im Zusammenhang mit dem Einsatz von Computerwerkzeugen im Mathematikunterricht begegnet werden können. Der AK GeoGebra hat es sich zur Aufgabe gemacht, Probleme von Lehrkräften im Zusammenhang mit dem Einsatz von Computerwerkzeugen im Mathematikunterricht bzgl. der Handhabung (Werkzeugkompetenz), der methodischen Unterrichtseinbindung (Methodenkompetenz) und der technisch-organisatorischen Verfügbarkeit zu begegnen. Der letzte Punkt wird dadurch angegangen, dass die Lernpfade dauerhaft im Internet bereitgestellt werden und alle Medien umfassen die zu deren Bearbeitung notwendig sind. Lernpfade können so auch im Sinne einer Wochenarbeit als Hausaufgabe aufgegeben werden. Dies stellt erfahrungsgemäß kein Problem dar, weil nahezu alle Schüler zuhause auf einen Rechner mit Internetverbindung zugreifen können. Auf diese Weise lässt sich das Problem des eingeschränkten Zugangs zu Computerräumen und/oder Laptop-Wagen an den Schulen zumindest abfedern. Die Lernpfade zeigen darüber hinaus exemplarisch, wie ein Unterrichtseinsatz von Computerwerkzeugen für das selbstständige Arbeiten von Schülerinnen und Schülern gestaltet werden kann und erlauben neben dem inhaltlichen Arbeiten auch das gleichzeitige Erlernen wesentlicher Werkzeugfertigkeiten.

Auf der ersten Seite jedes Lernpfades werden die inhaltlichen Voraussetzungen und Ziele des Lernpfades angegeben, auf der letzten Seite gibt es in der Regel einen Test oder Links zu Test- und Übungsmöglichkeiten zu den bearbeiteten Themen im Netz. Um das Arbeiten mit den Lernpfaden möglichst einfach und übersichtlich zu gestalten, wurde eine klare Navigationsstruktur entwickelt. Dazu gehört insbesondere die Darstellung der Struktur des Lernpfades über ein verlinktes Inhaltsverzeichnis, die es ermöglicht den Lernpfad nicht nur linear abuarbeiten, sondern auch ganz gezielt einzelne Unterpunkte anzuspringen. Es werden sprechende Navigations- und Hinweicons eingesetzt (vgl. Abbildung 4) von denen insbesondere die Icons, die eine Partnerarbeit bzw. das Ergänzen des Laborprotokolls anregen, von Bedeutung sind. Sie machen an vielen Stellen bewusst, wie

wichtig die Diskussion und Reflexion der Arbeit am Lernpfad ist und dass die Ergebnisse und zum Teil auch Prozesse unbedingt festgehalten werden müssen. Dies soll insbesondere auch der Entschleunigung (vgl. Weigand 2001) des Arbeitens mit Computerwerkzeugen dienen und die Kommunikation zwischen den Schülerinnen und Schülern aufrechterhalten.

-  Home
-  Nächste Seite
-  Vorherige Seite
-  Inhaltsverzeichnis
-  Diese Seite
-  Bearbeitungszeit der aktuellen Seite
-  Schwierigkeit
-  Protokolleintrag ergänzen
-  Hilfe zum aktuellen Arbeitsauftrag
-  Ergebniskontrolle
-  Mit dem Partner diskutieren

Abb. 4: Navigations- und Hinweisicons




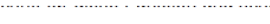
**Die Parabel**  
3.  $f(x) = (x - b)^2 + c$

10 min

Titelblatt

1.  $f(x) = x^2 + c$
2.  $f(x) = (x - b)^2$
3.  $f(x) = (x - b)^2 + c$
4.  $f(x) = ax^2$
5.  $f(x) = a(x - b)^2 + c$
6. zeichnen
7. Tests

$f(x) = (x - b)^2 + c$   
 $f(x) = (x - (0)) ^2 + (0)$

$b$    
 $c$  





1. Wähle die Funktion  $f_1$  aus:
2. Bestimme die Funktionsvorschrift für diese Funktion und schreibe das Ergebnis auf. 
3. Überprüfe mit den Schiebern  $b$  und  $c$  dein Ergebnis.  Ziehe mit gedrückter linker Maustaste  am Schieberegler.
4. Wiederhole die Schritte 1. - 3. mit den Funktionen  $f_2$ ,  $f_3$  und  $f_4$ .
5. Vergleiche deine Ergebnisse! 

Abb. 5: Bildschirmseite eines Lernpfads

Jede Seite des Lernpfads hat denselben, in Abbildung 5 exemplarisch dargestellten Aufbau. Rechts oben im Hauptblickfeld befindet sich die „Arbeitsfläche“, die in der Regel mit einem interaktiven GeoGebra-Applet gefüllt ist. Links daneben befinden sich oben die Navigationsstruktur, der Kurzname des Lernpfads und die Angabe des Unterpunkts im Lernpfad, an dem man sich gerade befindet. Darunter wird für die aktuelle Seite ein Hinweis auf die in etwa einzuplanende Bearbeitungszeit und auf die inhaltliche Schwierigkeit in Form von Smileys (je mehr Smileys, desto schwieriger) gegeben. Wiederum auf der linken Seite unterhalb der Zeitangabe

findet sich das verlinkte Inhaltsverzeichnis, das zur individuellen und ggf. nichtlinearen Navigation durch den Lernpfad dient und hilft, den Überblick zu behalten. Alle diese Bereiche des Bildschirms sind immer an derselben Stelle und können auch nicht gescrollt werden. Dies erleichtert die Übersicht und ermöglicht den Schülerinnen und Schülern eine Konzentration auf das Wesentliche. Darunter ist der Aufgabentext angeordnet, der als einziger gescrollt werden kann. Auf diese Weise ist immer genau die Aufgabenstellung im Blick, die gerade bearbeitet wird. Hier finden sich neben den Aufgabentexten auch Knöpfe, mit denen per JavaScript das GeoGebra-Applet gesteuert werden kann. Es gibt Fragezeichen-Icons, über die, ebenfalls per JavaScript, bei Bedarf Hilfen zum aktuellen Arbeitsauftrag eingeblendet werden können und K-Icons (**K**ontrolle der Ergebnisse), die es den Schülerinnen und Schülern ermöglichen, ihre Ergebnisse durch Anklicken zu kontrollieren. Auf diese Weise ist es möglich fest jede gewünschte Darbietung für die Lerngelegenheiten zu realisieren. Die Konsequenz daraus ist allerdings, dass die Erstellung derartiger Lernpfade einen sehr hohen Aufwand darstellt und Veränderungen selbst für die Ersteller aufwändig, für eine Lehrkraft die den Lernpfad vorfindet aber gar nicht möglich ist. Eine Anpassung an den eigenen Unterrichtsstil oder die Klassensituation ist so praktisch unmöglich. Diese Probleme führten dazu, mit Wiki-Lernpfaden zu arbeiten.

### Wiki-basierte Lernpfade

Wikis kennt man etwa durch das Online-Lexikon Wikipedia, an dem jeder nach Anmeldung mitarbeiten kann. Auf dieser Basis können etwa im ZUM-Wiki (ZUM: Zentrale für Unterrichtsmedien), einer sehr gut gepflegten und für das Arbeiten mit Inhalten für den Mathematikunterricht optimierten Wiki-Umgebung unter [wiki.zum.de](http://wiki.zum.de), relativ einfach und schnell Lernpfade erstellt werden. Diese Lernpfade können jederzeit verändert und an den eigenen Mathematikunterricht angepasst werden. Sie sind im ZUM-Wiki unter der Adresse [wiki.zum.de/Mathematik-digital](http://wiki.zum.de/Mathematik-digital) zu erreichen (vgl. Eirich, Schellmann, 2008, 2009). Im Gegensatz zu HTML-basierten Lernpfaden muss man zwar bei der Darbietung Kompromisse eingehen, dies wird aber durch die einfache und vor allem lehreralltagstaugliche Handhabung mehr als wettgemacht. Darüber hinaus gibt es dort eine ganze Reihe von Vorlagen, die es erlauben auch sehr ausgefeilte Übungsangebote zu setzen, Lösungshinweise ein- und auszublenden, Bilder, Videos und GeoGebra-Applets einzubinden und vieles mehr. Der Lehrerarbeitskreis (AK) Mathematik digital an der Universität Landau unter der Leitung des Autors hat einen Wiki-Lernpfad entwickelt, mit dem man das Erstellen von Wiki-Lernpfaden lernen kann. Dieser wird für Fortbildungen eingesetzt, kann aber auch beim individuellen Arbeiten an Lernpfaden unterstützen. Der Lernpfad für (zukünftige) Lernpfadautoren ist unter [md.mathe-labor.de](http://md.mathe-labor.de) verlinkt (vgl. Abbildung 6).

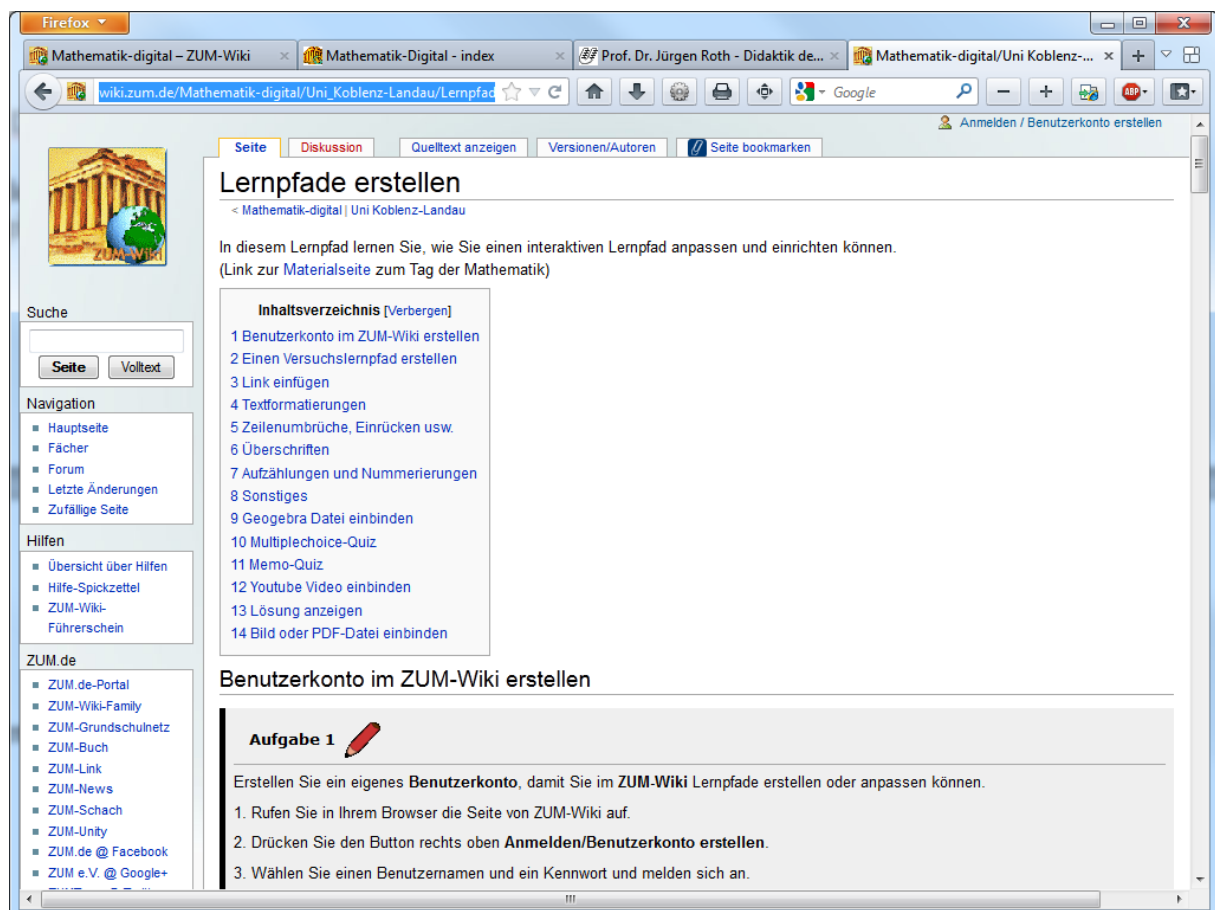


Abb. 6: Lernpfad zum Erstellen eines Lernpfads unter [md.mathe-labor.de](http://md.mathe-labor.de)

Gerade weil sich Wiki-basierte Lernpfade so einfach verändern und jederzeit an die eigenen Bedürfnisse anpassen lassen, sind sie gut für den Einstieg in das Erarbeiten von interaktiven Lernumgebungen für Schülerinnen und Schüler geeignet. Es ist sogar möglich sehr schnell durch einfaches Tippen von Aufgabenstellungen und die Einbindung von Links zu guten Materialien im Internet eine solche „Lernumgebung“ zu erstellen. Dies beantwortet auf einer sehr elementaren Stufe auch die Frage, wie gute Internetmaterialien in den Unterricht eingebunden werden können. Solche Materialien gibt es an vielen Stellen im Netz. Sie zu finden ist allerdings oft eine große Herausforderung. Eine Liste von guten Materialsammlungen für den Mathematikunterricht findet man unter [mathematikunterricht.net/links/](http://mathematikunterricht.net/links/). Darunter besonders hervorzuheben ist die Link-Datenbank [mathematik-digital.de](http://mathematik-digital.de) die, sortiert nach Lehrplaninhalten einzelner Bundesländer (bisher Bayern, NRW und Rheinland-Pfalz) und nach Leitideen (Kategorien) der KMK Bildungsstandards (Kultusministerkonferenz, 2003), Links zu Materialien für den Mathematikunterricht anbietet. Jeder kann gute Links für den Mathematikunterricht ohne Anmeldung in die Datenbank eintragen. Es gibt in den einzelnen Bundesländern Redaktionsteams, die die eingetragenen Links sichten und bewerten. Die besser bewerteten Links werden bei den jeweiligen Themen weiter oben in der Liste angezeigt. Für Rheinland-Pfalz besteht das Redaktionsteam aus dem Lehrerkreis Mathematik digital unter der Leitung des Autors. Abbildung 7 zeigt die aktuelle Startseite von [mathematik-digital.de](http://mathematik-digital.de).



Abb. 7: Linkdatenbank [www.mathematik-digital.de](http://www.mathematik-digital.de)

Wie sollte der Umgang von Lehrkräften mit Lernpfaden aussehen? Zunächst können sie vorhandene Lernpfade nach einer eigenen Auseinandersetzung damit für den Unterricht *verwenden*. Die nächste und oft darauf aufbauende Stufe ist das *Anpassen* von existierenden Lernpfaden für den eigenen Unterricht. Darauf aufbauend kann man ganz eigene Lernpfade *erstellen*. Dabei sollte es aber nicht bleiben. Lernpfade sollen man immer auch *verbreiten*, d. h. im Internet veröffentlichen und damit Kolleginnen und Kollegen zur Verfügung stellen. Auf diese Weise schließt sich der Kreis... (vgl. Abbildung 8).

Durch die Wiki-Lernpfade ist die Frage, wie man in das Arbeiten mit Lernpfaden einsteigen sollte, nicht mehr eindeutig zu beantworten. Es ist jetzt möglich die Auseinandersetzung mit Lernpfaden an jeder beliebigen Stelle des in Abbildung 8 dargestellten zyklischen Prozesses zu beginnen.

Entscheidend bleibt, *dass* man beginnt.

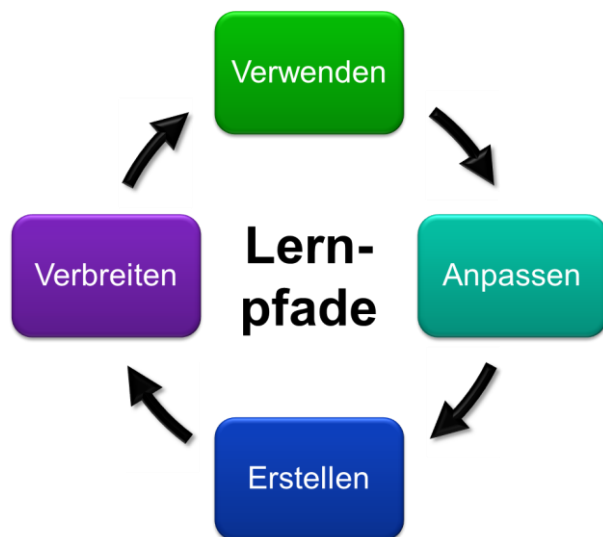


Abb. 8: Umgang mit Lernpfaden

## Literatur

- Baptist, Peter (Hrsg.) (2004): Lernen und Lehren mit dynamischen Arbeitsblättern. Mathematik Klasse 7/8; das Handbuch zur CD-ROM. 1. Aufl. Velber: Friedrich.
- Ehmke, Timo; Wuenscher, Tilo (2003): CoLab - Eine Online-Lernplattform für kollaboratives und kooperatives Lernen im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht. In: Der Mathematikunterricht 49 (4), S. 71–77.
- Eirich, Maria; Schellmann, Andrea (2008): Entwicklung und Einsatz internetgestützter interaktiver Lernpfade. In: mathematik lehren (146), S. 59–62.
- Eirich, Maria; Schellmann, Andrea (2009): Auf gemeinsamen Lernpfaden. Unterricht entwickeln in einem Wiki. In: mathematik lehren (152), S. 18–21.
- Elschenbroich, Hans-Jürgen (2001): Lehren und Lernen mit interaktiven Arbeitsblättern. Dynamik als Unterrichtsprinzip. In: Wilfried Herget und Rolf Sommer (Hrsg.): Lernen im Mathematikunterricht mit neuen Medien. Bericht über die 18. Jahrestagung des Arbeitskreises "Mathematikunterricht und Informatik" in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e.V. vom 22. bis 24. September 2000 in Soest. Hildesheim: Verlag Franzbecker, S. 31–39.
- Elschenbroich, Hans-Jürgen; Seebach, Günther (1999): Dynamisch Geometrie entdecken. Elektronische Arbeitsblätter mit Euklid, Klasse 7/8. Köln: Dümmeler-Stam.
- Embacher, Franz (2004a): Das Konzept der Lernpfade in der Mathematik- Ausbildung. Basierend auf einem am 7. Juni 2004 im Institut für Wissenschaft und Kunst (IWK) im Rahmen der Reihe „Internet – Forschung – Lehre“ gehaltenen Vortrag. Wien. Online verfügbar unter [www.mathe-online.at/literatur/iwk7.6.2004/artikelIWK.rtf](http://www.mathe-online.at/literatur/iwk7.6.2004/artikelIWK.rtf), zuletzt geprüft am 21.09.2011.
- Embacher, Franz (2004b): Lernpfade – Wege zu selbstgesteuertem Lernen. Vortrag gehalten auf der 9. Internationalen Tagung über Schulmathematik: Alternative Wege in Unterricht und Leistungsbeurteilung. Technische Universität Wien, 26. 2. 2004. Wien. Online verfügbar unter <http://www.mathe-online.at/monk/TU26.2.2004/paperLernpfade.doc>, zuletzt geprüft am 21.09.2011.
- Ernst, Astrid (2005): Konstruktivistisch orientierte Aufbereitung mathematikdidaktischer Inhalte für Hypermedia. Entwicklung einer modellhaften Vorgehensweise. Hildesheim: Franzbecker. Online verfügbar unter <http://www.worldcat.org/oclc/179718103>.
- Gawlick, Thomas (2003): DGS als Trägermedium für interaktive Arbeitsblätter in der Differentialrechnung. In: Peter Bender, Wilfried Herget, Hans-Georg Weigand und Thomas Weth (Hrsg.): Lehr- und Lernprogramme für den Mathematikunterricht. Bericht über die 20. Arbeitstagung des Arbeitskreises "Mathematikunterricht und Informatik" in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e.V. vom 27. bis 29. September 2002 in Soest. Hildesheim: Franzbecker, S. 54–66.
- Hauck, Georg; Mann, Markus (2008): Gute Seiten, schlechte Seiten. Internetangebote für den Mathematikunterricht. In: Ulrich Kortenkamp, Hans-Georg Weigand und Thomas Weth (Hrsg.): Informatische Ideen im Mathematikunterricht. Bericht über die 23. Arbeitstagung des Arbeitskreises "Mathematikunterricht



- und Informatik" in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e.V. vom 23. bis 25. September 2005 in Dillingen an der Donau. 1. Aufl. Hildesheim: Franzbecker, S. 109–116.
- Heimlich, Katja (2009): Interaktive Lernpfade zum Thema „Brüche erweitern, kürzen und vergleichen“. Schriftliche Hausarbeit. Universität Würzburg, Würzburg. Institut für Mathematik. Online verfügbar unter [http://wikis.zum.de/dmuw/images/5/52/Lernpfad\\_brueche.pdf](http://wikis.zum.de/dmuw/images/5/52/Lernpfad_brueche.pdf), zuletzt geprüft am 15.09.2011.
- Heintz, Gaby (2001): Didaktische Betrachtungen zum Geometrie-Unterricht beim Einsatz von Cinderella. In: Hans-Jürgen Elschenbroich, Thomas Gawlick und Hans-Wolfgang Henn (Hrsg.): Zeichnung - Figur - Zugfigur. Mathematische und didaktische Aspekte dynamischer Geometrie-Software. Ergebnisse eines RiP-Workshops vom 12.-16. Dezember 2000 im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach. Hildesheim: Franzbecker, S. 83–91.
- Heintz, Gaby; Wittmann, Gerald (2002): Gestaltung von Lernumgebungen durch neue Medien. In: Wilfried Herget, Rolf Sommer, Hans-Georg Weigand und Thomas Weth (Hrsg.): Medien verbreiten Mathematik. Bericht über die 19. Arbeitstagung des Arbeitskreises "Mathematikunterricht und Informatik" in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e.V. vom 28. bis 30. September 2001 in Dillingen. Hildesheim: Franzbecker, S. 169–170.
- Henn, Hans-Wolfgang (2001): Dynamische Geometriesoftware: Hilfe für eine neue Unterrichtskultur? In: Hans-Jürgen Elschenbroich, Thomas Gawlick und Hans-Wolfgang Henn (Hrsg.): Zeichnung - Figur - Zugfigur. Mathematische und didaktische Aspekte dynamischer Geometrie-Software. Ergebnisse eines RiP-Workshops vom 12.-16. Dezember 2000 im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach. Hildesheim: Franzbecker, S. 93–102.
- Hischer, Horst (Hrsg.) (1992): Mathematikunterricht im Umbruch? Erörterungen zur möglichen "Trivialisierung" von mathematischen Gebieten durch Hardware und Software; Bericht über die 9. Arbeitstagung des Arbeitskreises "Mathematikunterricht und Informatik" in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e. V. vom 27. bis 29. September 1991 in Wolfenbüttel. Hildesheim: Franzbecker.
- Kittel, Andreas (2007): Dynamische Geometrie-Systeme in der Hauptschule. Eine interpretative Untersuchung an Fallbeispielen und ausgewählten Aufgaben der Sekundarstufe. Hildesheim: Franzbecker.
- Krivsky, Stefanie (2003): Multimediale Lernumgebungen in der Mathematik. Konzeption, Entwicklung und Erprobung des Projekts MathPrisma. Hildesheim [u.a.]: Franzbecker.
- Kultusministerkonferenz (2003): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. Köln: Luchterhand. Online verfügbar unter [http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2003/2003\\_12\\_04-Bildungsstandards-Mathe-Mittleren-SA.pdf](http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2003/2003_12_04-Bildungsstandards-Mathe-Mittleren-SA.pdf), zuletzt geprüft am 30.03.2012
- Lambert, Anselm (2011): Arbeitskreis Mathematikunterricht und Informatik in der GDM, Herbsttagung vom 23.-25.09.2011 in Soest - Verfügbare Digitale Werkzeuge im Mathematikunterricht richtig nutzen. Online verfügbar unter <http://www.math.uni-sb.de/ag-lambert/AKMUI11/>, zuletzt geprüft am 10.01.2012.
- Leuders, Timo (2005): Mathematik Lernen und Lehren mit dem Internet - zwischen instruktivistischem und konstruktivistischem Paradigma. In: Peter Bender, Wilfried Herget, Hans-Georg Weigand und Thomas Weth (Hrsg.): WWW und Mathematik - Lehren und Lernen im Internet. Bericht über die 21. Arbeitstagung des Arbeitskreises "Mathematikunterricht und Informatik" in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e.V. vom 26. bis 28. September 2003 in Dillingen. Hildesheim [u.a.]: Franzbecker, S. 7–34.
- Mann, Markus; Dorfmayr, Anita (2007): Neue (Lern-)Pfade beschreiten. In: mathematik lehren 140, S. 63–64
- Mathematik digital, Arbeitskreis (2007): Was ist ein guter Lernpfad? – Qualitätskriterien. Hrsg. vom Arbeitskreis Mathematik digital. Online verfügbar unter <http://wiki.zum.de/Mathematik-digital/Kriterienkatalog>, zuletzt geprüft am 10.01.2012.
- Meier, Andreas (2009): Realmath.de. Konzeption und Evaluation einer interaktiven dynamischen Lehr-Lernumgebung für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I. Hildesheim, Berlin: Franzbecker.
- Miller, Carsten; Ulm, Volker (2006): Experimentieren und Entdecken mit dynamischen Arbeitsblättern. Mathematik Sekundarstufe I ; [mit CD]. 1. Aufl. Seelze: Friedrich.
- Oberhuemer, Petra (2004): Open Studio und Lernpfade - Einführung in das praktische Arbeiten. Präsentation zum Workshop der 9. Internationalen Tagung über Schulmathematik: Alternative Wege in Unterricht und Leistungsbeurteilung. Technische Universität Wien. Online verfügbar unter <http://www.mathe-online.at/monk/TU26.2.2004/Workshop26.02.2004.pps>.
- Roth, Jürgen (2004): Wie kommt eine didaktische Idee in die Unterrichtswirklichkeit? Ein Weg zur dynamischen Geometrie in Klasse 7. In: Aiso Heinze und Sebastian Kuntze (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2004. Vorträge auf der 38. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 1. bis 5. März 2004 in Augsburg. Hildesheim ;, Berlin: Franzbecker, S. 481–484.

- Roth, Jürgen (2006): Computerwerkzeuge - Ein Thema für Lehrerfortbildungen?! In: Inge Schwank (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2006. Vorträge auf der 40. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 6.3. bis 10.3.2006 in Osnabrück. Hildesheim: Franzbecker, S. 437–440.
- Schumann, Heinz: Medien im fachlichen und überfachlichen Unterricht. Medienverwendung im Fach Mathematik. Teil 1. Online verfügbar unter <http://thales.cs.upb.de:8080/mksu/mathe/Mathe1.pdf>, zuletzt geprüft am 22.09.2011.
- Schumann, Heinz: Medien im fachlichen und überfachlichen Unterricht. Medienverwendung im Fach Mathematik. Teil 2: Bewertung mathematischer Lernprogramme. Online verfügbar unter <http://thales.cs.upb.de:8080/mksu/mathe/Mathe2.pdf>.
- Schumann, Heinz: Medien im fachlichen und überfachlichen Unterricht. Medienverwendung im Fach Mathematik. Teil 3: Internet und Mathematikunterricht. Hrsg. v. Landesinstitut für Schule NRW. Online verfügbar unter <http://thales.cs.upb.de:8080/mksu/mathe/Mathe3.pdf>, zuletzt geprüft am 21.09.2011.
- Schumann, Heinz (1998): Interaktive Arbeitsblätter für das Geometrielernen. In: Mathematik in der Schule 36 (10), S. 562–569.
- Schumann, Heinz (2003): INTERNET und Mathematikunterricht - eine Übersicht. In: Der Mathematikunterricht 49 (4), S. 7–26.
- Stepancik, Evelyn (2008): Die Unterstützung des Verstehensprozesses und neue Aspekte der Allgemeinbildung im Mathematikunterricht durch den Einsatz neuer Medien. Dissertation. Universität Wien, Wien. Online verfügbar unter [http://idmthemen.pbworks.com/f/2008-diss\\_stepancik.pdf](http://idmthemen.pbworks.com/f/2008-diss_stepancik.pdf), zuletzt geprüft am 15.09.2011.
- Ulm, Volker (2008): Mathematikunterricht für individuelle Lernwege öffnen. Sekundarstufe. 3. Aufl. Seelze-Velber: Kallmeyer.
- Vollrath, Hans-Joachim; Roth, Jürgen (2012): Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
- Wegerle, Helga (2003): WWW-Arbeitsblätter für den Algebra-Unterricht mit LiveMath. In: Der Mathematikunterricht 49 (4), S. 41–43.
- Weigand, Hans-Georg (2000): Angst vor dem Computer? Zehn Bedenken eines Lehrers gegenüber dem Computer. In: mathematik lehren 102, S. 4–8.
- Weigand, Hans-Georg (2001): Zur Bedeutung Didaktischer Prinzipien im Entschleunigungsprozess beim Lernen mit neuen Technologien. In: Hans-Jürgen Elschenbroich, Thomas Gawlick und Hans-Wolfgang Henn (Hrsg.): Zeichnung - Figur - Zugfigur. Mathematische und didaktische Aspekte dynamischer Geometrie-Software. Ergebnisse eines RiP-Workshops vom 12.-16. Dezember 2000 im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach. Hildesheim: Franzbecker, S. 195–205.
- Winter, Heinrich (1984): Begriff und Bedeutung des Übens im Mathematikunterricht. In: mathematik lehren 2, S. 4–16.