



Didaktik der Zahlbereichserweiterungen

Modul 5a/c

Jürgen Roth

07.02.2026 juergen-roth.de



R
TU
P
Rheinland-Pfälzische
Technische Universität
Kaiserslautern
Landau

Fit für VP und Referendariat?

Begleitveranstaltung zum VP

- Alle Fragen können gestellt werden.
- Link zwischen Uni und Praxis
- Mögliche Biwi-Wahlpflichtleistung
- Ansprechpartner: Dr. Christian Fahse
c.fahse@rptu.de

E-Mail-Verteiler zum Begleitseminar VP

<https://lists.rptu.de/wws/subscribe/nuw-mathe-vp>



Bildungsstandards & Lehrplan,
Unterrichtsformen (methodische
Ausrichtung), Kriterien für guten
Unterricht, Unterrichtsphasen,
Unterrichtsbausteine (Methoden),
Sozialformen, Schwierigkeitsniveau
(Sachanalyse, AFB), Differenzierung,
Repräsentationsformen, Stufen der
Begriffsbildung, Grundvorstellungen,
Lehrziele & Lehrprobenentwurf,
Heuristik, Gesprächsführung –
Rollenspiel, Gute Erklärungen,
Disziplin, Notengebung &
Hausaufgaben – Rollenspiel,
Präsentation & Tafelbild

Internetseite zur Veranstaltung und Skript

juergen-roth.de/lehre/didaktik-der-zahlbereichserweiterungen

Zeitschriften

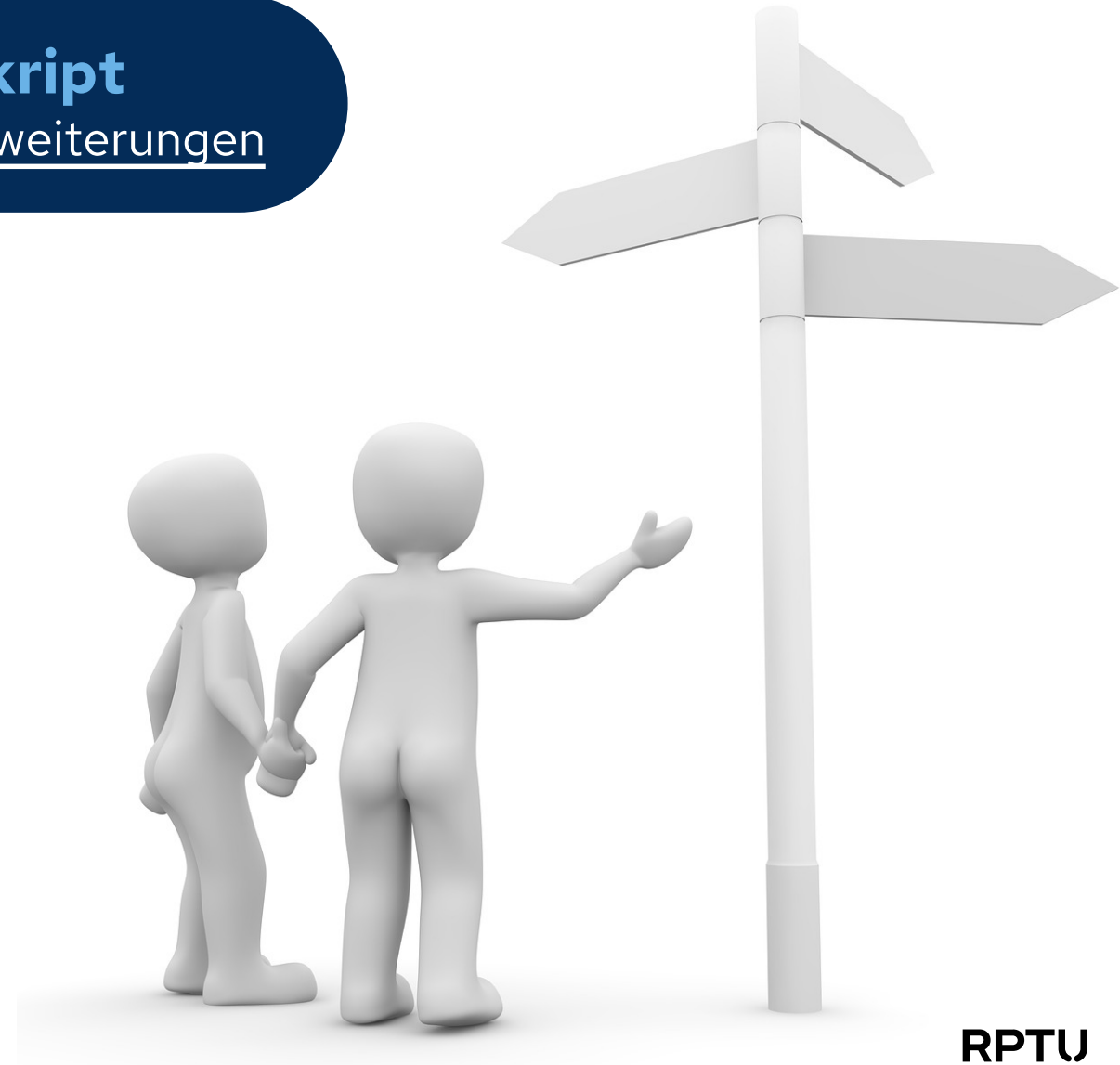
juergen-roth.de/zeitschriften

Textdatenbank

juergen-roth.de/lehre ⇒ Texte

ViviAn - Videoanalyse

vivian-training.de



Didaktik der Zahlbereichserweiterungen

1. Ziele und Inhalte
2. Natürliche Zahlen \mathbb{N}
3. Ganze Zahlen \mathbb{Z}
4. Rationale Zahlen \mathbb{Q}
5. Reelle Zahlen \mathbb{R}
6. Komplexe Zahlen \mathbb{C}

1

Didaktik der Zahlbereichserweiterungen

Ziele und Inhalte

Winter: Mathematikunterricht sollte drei Grunderfahrungen ermöglichen



Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, **in einer spezifischen Art wahrnehmen und verstehen.**

Lesen Sie den Text von Winter!



Mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, **als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennenlernen und begreifen.**



In der Auseinandersetzung mit Aufgaben **Problemlösefähigkeiten erwerben**, die über die Mathematik hinaus gehen (heuristische Fähigkeiten).

Gespräch im Schulhof

Es geht total
viel Zeit im
Jahr für die
Schule drauf.

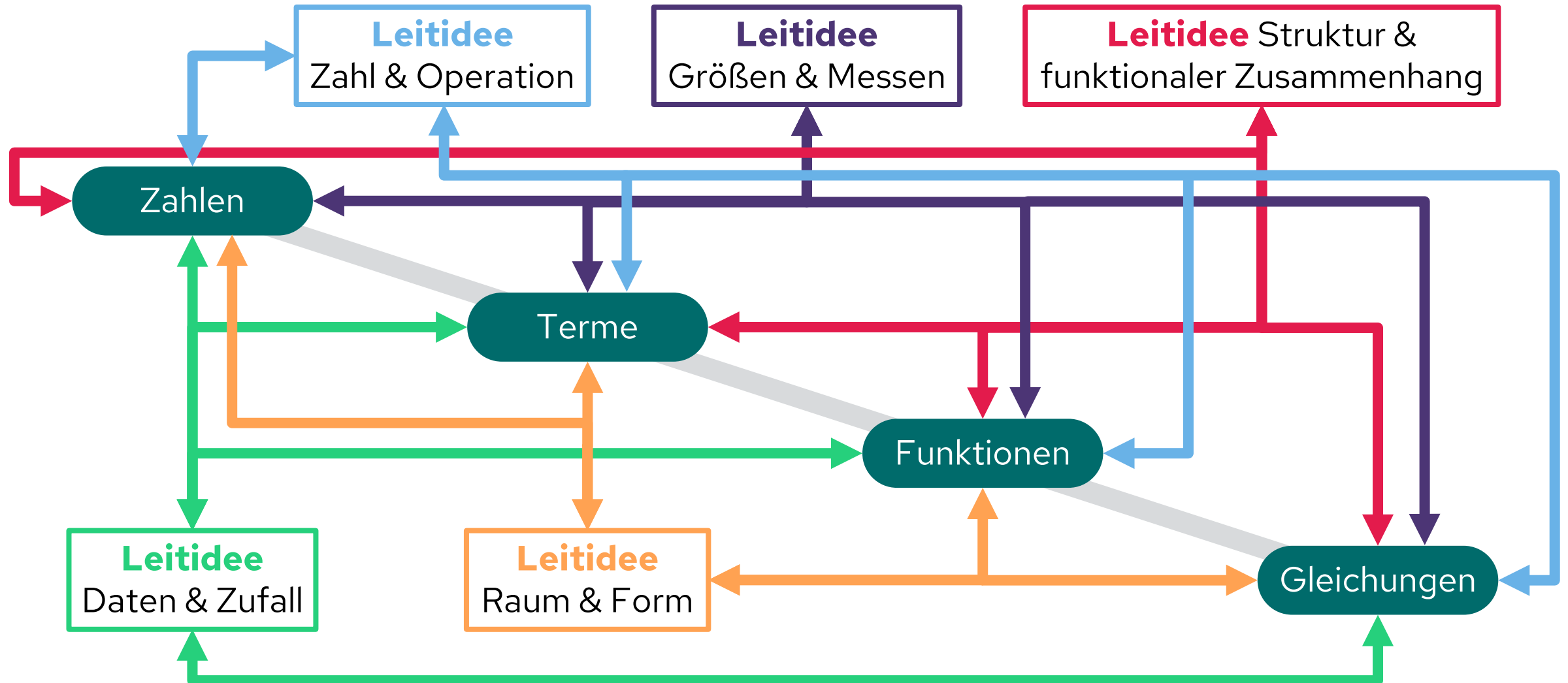
... das sind
bestimmt 30%
unserer Zeit ...

... da müsste aber die
Hausaufgabenzeit mit
berücksichtigt werden...

... bei mir macht das
höchstens 10% ...

... und auch der Schulweg ...

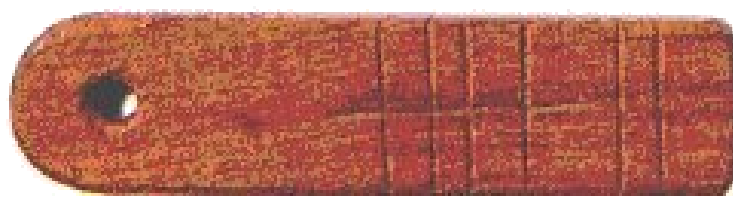
Themenstränge der Algebra \leftrightarrow Leitideen



Themenstränge der elementaren Algebra

Klasse	5	6	7	8	9	10
Zahlen (Z)	\mathbb{N} Grundrechenarten	$\mathbb{Z}; \mathbb{Q}$ Negative Zahlen Bruchrechnung; Dezimalbrüche	\mathbb{Q} Grundrechenarten	\mathbb{Q} Potenzen mit natürlichen Exponenten	\mathbb{R} Quadrieren Radizieren Irrationalität	\mathbb{R} Potenzrechnung
Terme (T)	Einfache Terme, Tabellen, Einsetzung	Einfache Terme mit Brüchen, Einsetzung aus \mathbb{Z} und \mathbb{Q}	Einfache Terme mit rationalen Zahlen	Termumformung, „ganze“ Terme, Bruchterme	Terme mit Quadraten und Wurzeln	Terme mit Potenzen und trigonometrischen Funktionen
Funktionen (Fkt.)	Tabellen mit Variablen; Operatoren	Tabellen mit Variablen; Bruchoperatoren	Proportionale, antiproportionale, empirische Funktionen	Lineare Funktion; Funktions- gleichungen; Eigenschaften	Quadratische Funktion, Wurzelfunktion, Umkehrfunktion	Potenz-, Exponential-, Logarithmus- funktion, trigonom. Fkt.
Gleichungen (G)	Lösen einfacher Gleichungen: Probieren, Gegenoperatoren	Lösen einfacher Gleichungen durch Gegenoperatoren	Lösen einfacher Gleichungen durch Gegenoperatoren	Äquivalenzum- formungen, Gleichungssysteme, Formeln	Quadratische G, Wurzelgleichung, graphisches Lösen und Näherung	Potenz-, Exponentialgleichung Trigonometr. G

Zahlen



Zahlen gab es in allen Kulturen der Geschichte

z. B. Neandertaler →, Babylon 🌐, Ägypten 🌐, Rom

Entwicklung der Zahlen

Steigende Ansprüche an die Zahlen:

Zählen → Messen → Rechnen → Gleichungen lösen
→ funktionale Zusammenhänge beschreiben

Algebra-Unterricht

- wesentlicher Beitrag zum Zahlverständnis
- Rechenregeln und Zusammenhänge zwischen den Regeln verdeutlichen

Paradoxie des Verstehens

- Einerseits: Wesentliches hervorheben
- Andererseits: Beziehungsreichtum erfahren



Fast nur Wasser

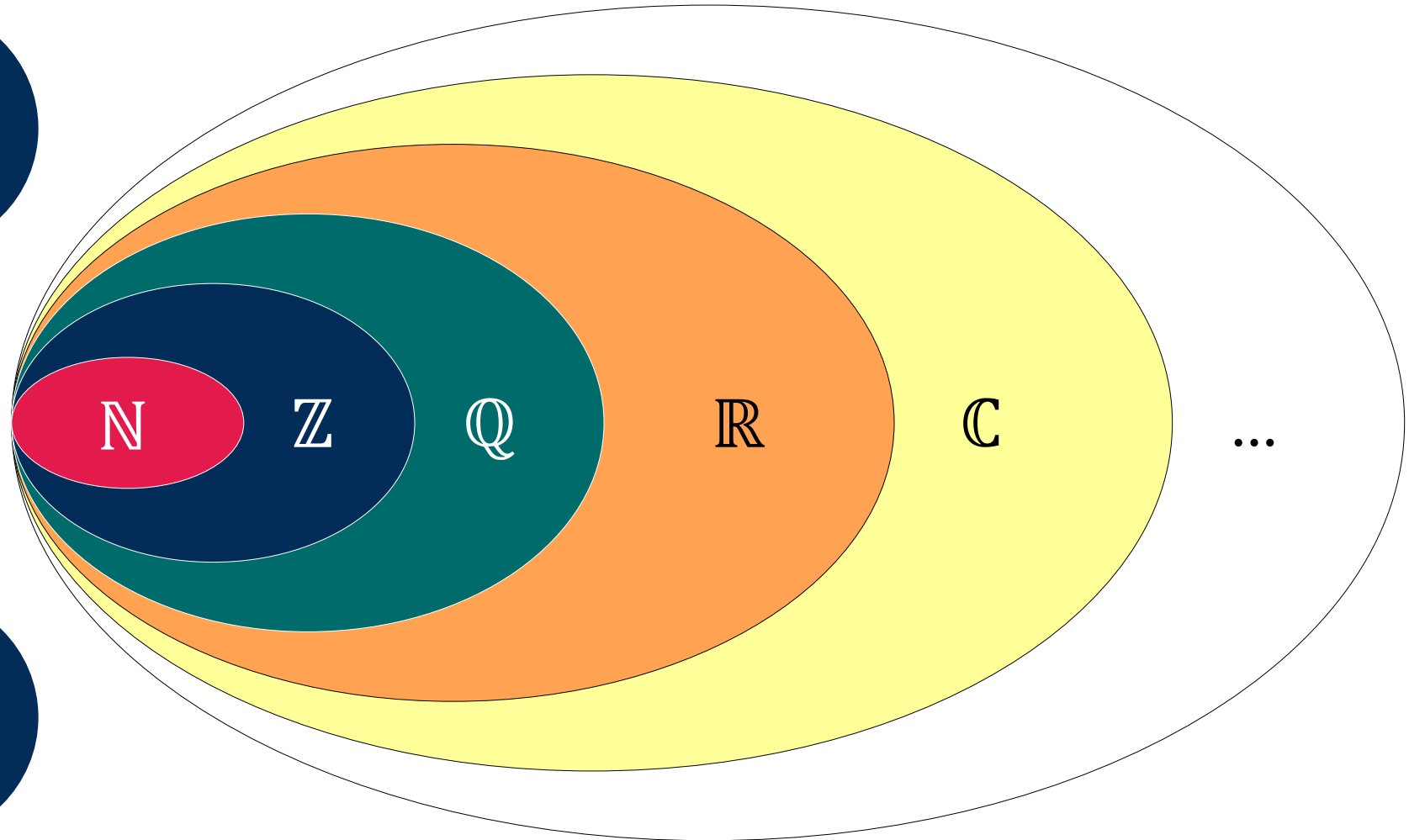
- Erdbeeren bestehen zu 99% aus Wasser.
- Ein Gärtner pflückt 100 kg und lässt sie in der Sonne stehen, wodurch Wasser verdunstet.
- Am Abend bestehen sie nur noch zu 98% aus Wasser.
- Wie viel wiegen sie nun?



Zahlbereiche → Zahlbereichserweiterungen

Problem der Reihenfolge

Bruchzahlen $\mathbb{B} = \mathbb{Q}_0^+$
↔ Ganze Zahlen \mathbb{Z}



Problem der Einbettung

Ist eine natürliche Zahl
eine Bruchzahl?



Lernen vollzieht sich in Schritten

- Grenzen eines Bereiches werden bewusst überschritten.
→ Ein neuer Bereich eröffnet sich.
- Neuer Bereich wird erkundet.
→ Neues entdecken
→ Vertrautes wiederfinden
- Neue Erfahrungen mit Zahlen des alten Bereichs
→ Alter Bereich wird neu gesehen und
ist eingebettet in den neuen Bereich.
- Grundvorstellungen
→ aktivieren und wandeln
- Beispiel: Übergang $\mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Q}$

Kontakt

Prof. Dr. Jürgen Roth

RPTU

Rheinland-Pfälzische Technische Universität
Kaiserslautern-Landau

Didaktik der Mathematik (Sekundarstufen)

Fortstraße 7, 76829 Landau

j.roth@rptu.de

juergen-roth.de

dms.nuw.rptu.de



RPTU