



# Didaktik der Stochastik

Modul 12a/b

Jürgen Roth

23.10.2024 [juergen-roth.de](http://juergen-roth.de)



R  
TU  
P

Rheinland-Pfälzische  
Technische Universität  
Kaiserslautern  
Landau



**Internetseite zur Veranstaltung & Skript:** [juergen-roth.de/lehre/didaktik-der-stochastik/](http://juergen-roth.de/lehre/didaktik-der-stochastik/)

**Textdatenbank:** [juergen-roth.de/lehre](http://juergen-roth.de/lehre) ⇒ Texte

**Zeitschriften:** [juergen-roth.de/zeitschriften](http://juergen-roth.de/zeitschriften)

## Buchempfehlungen

### Fachdidaktik-Bücher

Eichler, A. & Vogel, M. (2013). Leitidee Daten und Zufall – Vom konkreten Beispielen zur Didaktik der Stochastik. Springer Spektrum.

Krüger, K., Sill, H.-D. & Sikora, C. (2015). Didaktik der Stochastik in der Sekundarstufe I. Springer Spektrum.

Tietze, U.-P., Klika, M. & Wolpers, H. (2002). Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II. Bd. 3: Didaktik der Stochastik. Vieweg.

### Unterrichtsvorschläge

Henze, N., Müller, K. & Schilling, J. (2021). Stochastik rezeptfrei unterrichten. Springer Spektrum.

Riemer, W. (2023). Statistik unterrichten – Eine handlungsorientierte Didaktik der Stochastik. Kallmeyer

### Fachbücher

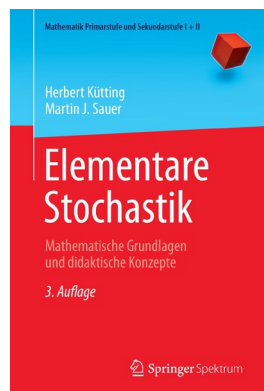
Büchter, A. & Henn, H.-W. (2005). Elementare Stochastik. Eine Einführung in die Mathematik der Daten und des Zufalls. Springer.

Eichler, A. & Vogel, M. (2011). Leitfaden Stochastik. Vieweg + Teubner.

Henze, N. (2023). Stochastik für Einsteiger. Eine Einführung in die faszinierende Welt des Zufalls. Springer Spektrum.

Kütting, H. & Sauer, M. (2008). Elementare Stochastik: Mathematische Grundlagen und didaktische Konzepte. Spektrum Akademischer Verlag.

**Modul 12a-Prüfung:**    
Mündliche Portfolioprüfung



# Didaktik der Stochastik

1. Ziele und Inhalte
2. Beschreibende Statistik
3. Wahrscheinlichkeitsrechnung
4. Beurteilende Statistik



# 1

Didaktik der Stochastik

# Ziele und Inhalte

# Kapitel 1: Ziele und Inhalte

- 1.1 Stochastik?! ↪
- 1.2 Warum Stochastik unterrichten? ↪
- 1.3 Stochastik in den Bildungsstandards ↪
- 1.4 Lehrplan MSS RLP ↪

# Kapitel 1: Ziele und Inhalte

## 1.1 Stochastik?!

1.2 Warum Stochastik unterrichten?

1.3 Stochastik in den Bildungsstandards

1.4 Lehrplan MSS RLP



## Stochastik ist abgeleitet von griechisch

- stochasmos = Vermutung
- stochastikos = geschickt, scharfsinnig  
(neugriechisch: klug, umsichtig)
- stochazomai = vermuten, treffen, raten

## Stochastik umfasst

- Beschreibende Statistik
- Wahrscheinlichkeitsrechnung
- Beurteilende Statistik



# Aus der Zeitung

## Häufigkeit der Blutgruppen in Japan



**A**  
(ca. 40 %)



**O**  
(ca. 30 %)



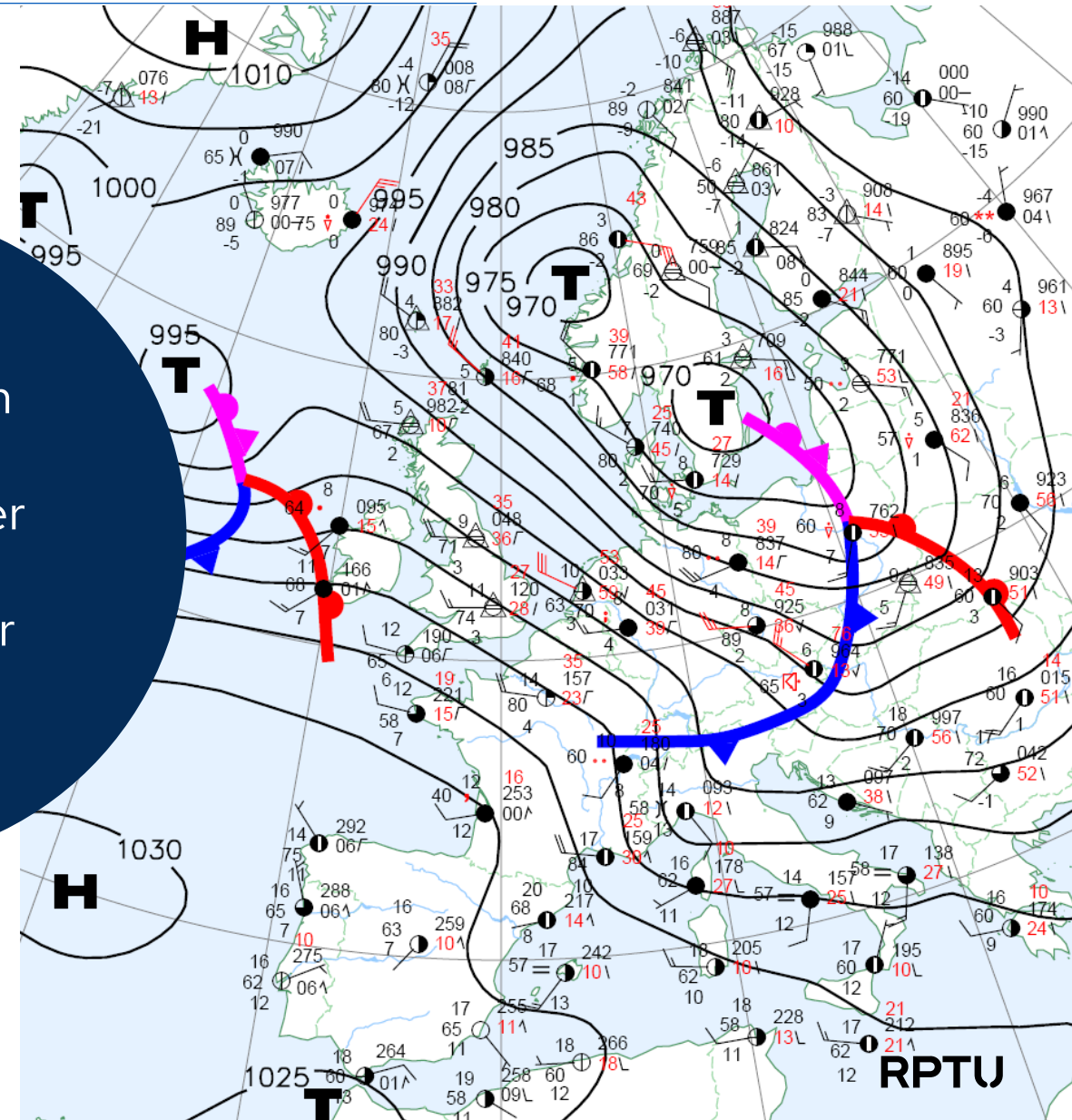
**B**  
(ca. 20 %)



**AB**  
(ca. 10 %)

## Zu warm, zu sonnig, zu nass!?

In der Wettersendung nach den heute-Nachrichten am 31.05.2005 wurde berichtet: „Im Durchschnitt war der Mai ein halbes Grad zu warm. Die Sonne hat gegenüber dem langjährigen Mittel von 196 Sonnenstunden in diesem Mai 17 Stunden mehr geschienen. Dennoch war der Mai zu nass, was aber nicht tragisch ist, denn der März und der April waren zu trocken.“



Morgen beträgt die Niederschlags-  
wahrscheinlichkeit 30%.

## Was ist mit obiger Aussage gemeint?

- Morgen regnet es auf 30% der Fläche.
- Morgen regnet es 30% der Zeit.
- Von zehn Meteorologen sind drei davon überzeugt, dass es morgen regnen wird.
- Es wird an 30% der Tage regnen, die durch die gleiche Wetterlage charakterisiert sind wie der morgige Tag.
- ... ?



## Arbeitslosigkeit macht krank

Die deutschen Ärzte haben vor den gesundheitlichen Folgen von Arbeitslosigkeit und Armut gewarnt. Sie ließen Menschen früher altern und fördern ungesunde Verhaltensweisen.

Netzzeitung, 04.05.2005

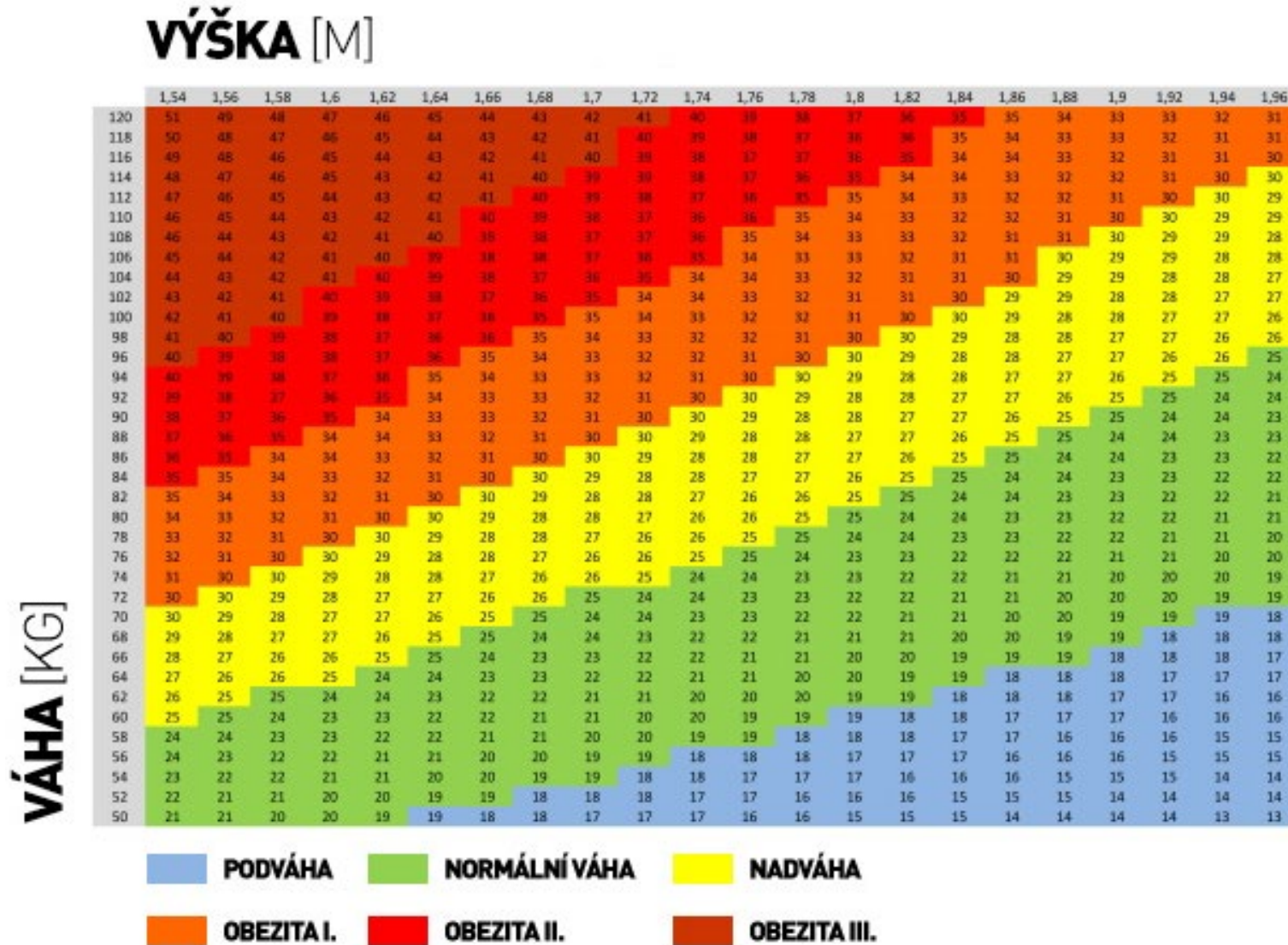
## Dick, dumm, krank und traurig

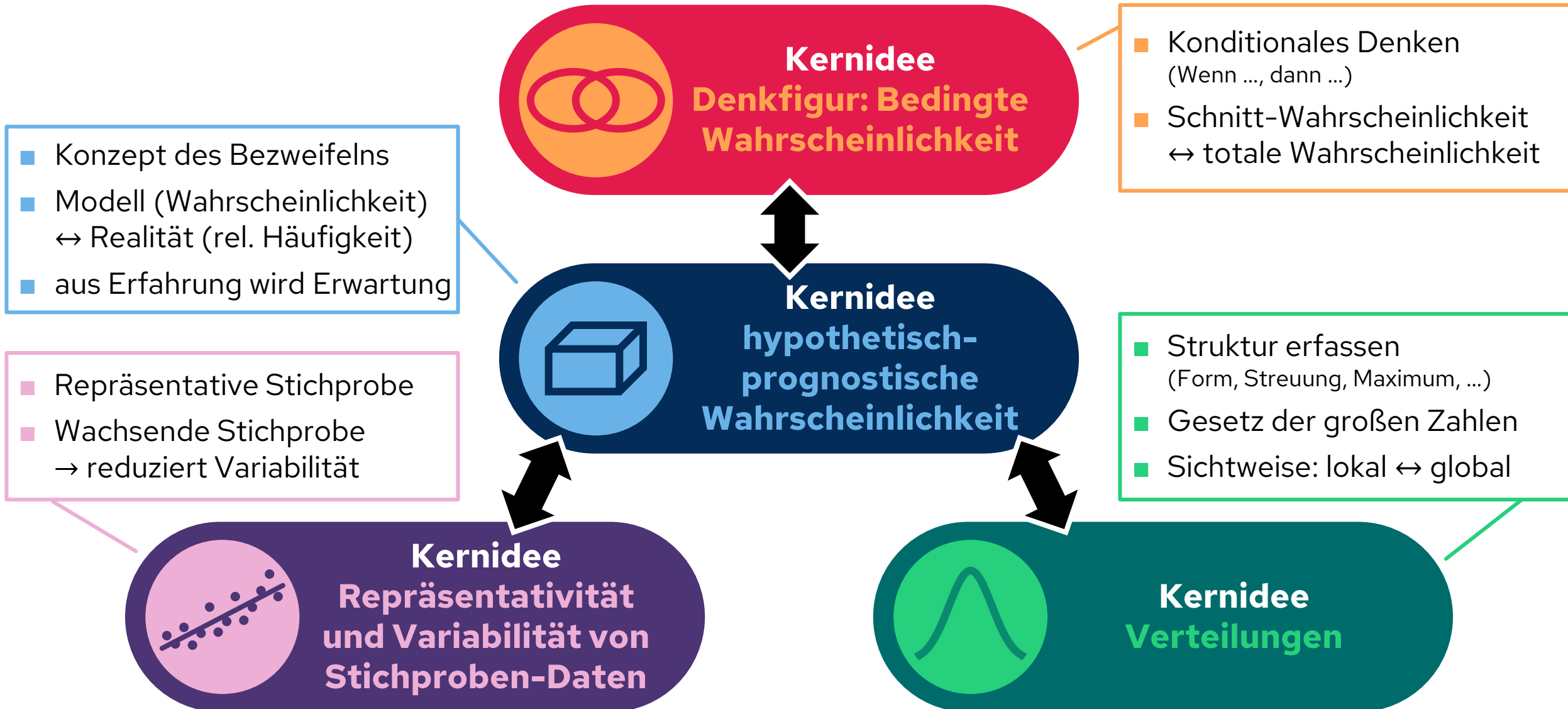
Medienkonsum: Schulische Folgen  
HAMBURG - Hoher Medienkonsum verschlechtert laut einer Studie die Schulleistungen von Kindern. ...

Ruhr-Nachrichten, 26.09.2005



# Verständlichkeit von Darstellungen





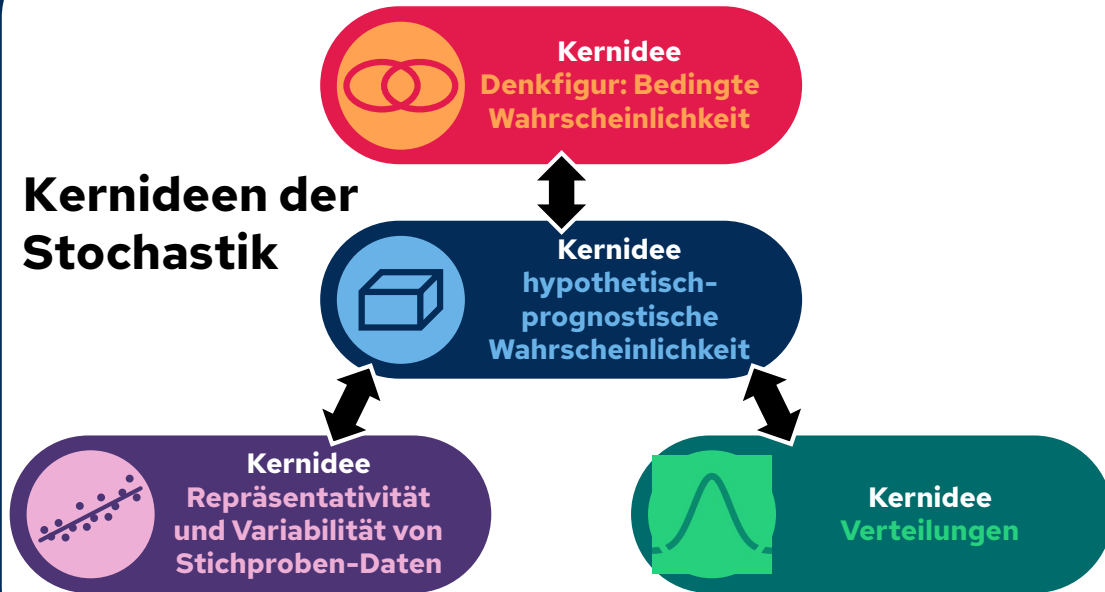
# Kapitel 1: Ziele und Inhalte

- 1.1 Stochastik?!
- 1.2 Warum Stochastik unterrichten?**
- 1.3 Stochastik in den Bildungsstandards
- 1.4 Lehrplan MSS RLP



Die Welt ist geprägt von Informationsaustausch und der Analyse empirischer Daten  
→ **bildungspolitische Relevanz**

## Kernideen der Stochastik



Entscheidungen/Vorhersagen beruhen oft auf der Analyse statistischer Daten  
→ **Gefahren**

- Fehlinterpretationen
- Missbrauch von Daten

## Folge

→ **Lernende benötigen Grundwissen zu**

- Informationsbeschaffung
- Informationsaufbereitung
- Informationsinterpretation

## Datenkompetenz entwickeln, d.h.

- Grundkenntnisse im Umgang mit Massendaten
- auf Daten basierende Entscheidungen treffen und begründen können

## Grundlegende Elemente der

- beschreibenden Statistik und explorativen Datenanalyse
- Wahrscheinlichkeitsrechnung
- beurteilenden Statistik

(Soweit sie zur Bewältigung der Anforderungen in der weiteren Ausbildung und dem beruflichen, gesellschaftlichen und persönlichen Leben erforderlich sind.)



Bezüge zu stochastischen Denk-  
und Vorgehensweisen herstellen

1

Arbeit mit Daten & Modellbildung  
als Unterrichtsprinzip

2

Datenanalyse als Bindeglied

- zu anderen Themen des MU
- zum Alltagsbezug

3

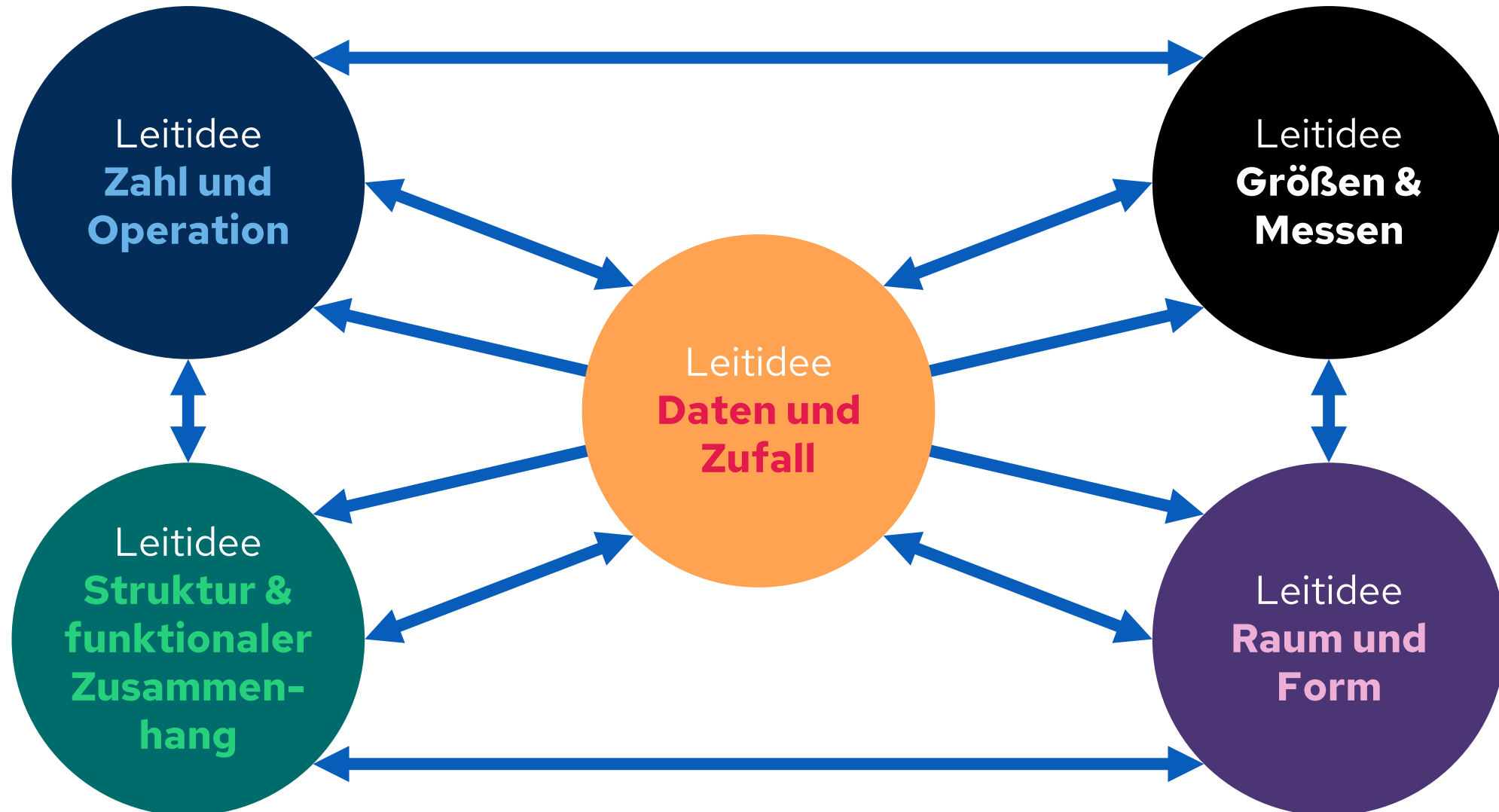


# Kapitel 1: Ziele und Inhalte

- 1.1 Stochastik?!
- 1.2 Warum Stochastik unterrichten?
- 1.3 Stochastik in den  
Bildungsstandards**
- 1.4 Lehrplan MSS RLP



# Leitideen der KMK-Bildungsstandards



### Mit Daten umgehen

- Einfache Befragungen planen, sowie Daten bei Beobachtungen, Untersuchungen und einfachen Experimenten erfassen und strukturieren.
- Daten, auch unter Nutzung digitaler Werkzeuge, in Tabellen, Schaubildern & Diagrammen darstellen und Informationen aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen entnehmen.
- Darstellungen von Daten interpretieren und kritisch reflektieren.
- Einfache kombinatorische Fragestellungen durch systematisches Vorgehen (z. B. systematisches Probieren) oder mit Hilfe von heuristischen Hilfsmitteln (z. B. Skizze, Baumdiagramm, Tabelle) lösen.

### Ereignisse bei Zufallsexperimenten untersuchen

- Grundbegriffe (sicher, möglich, unmöglich) zur Beschreibung von Zufallsereignissen kennen und nutzen,
- Chancen (z. B. „ist wahrscheinlicher als“, „hat größere Chancen als“) für das Eintreten von Ereignissen bei alltäglichen Phänomenen oder einfachen Zufallsexperimenten einschätzen und datenbasiert vergleichen.

- Grafische Darstellungen und Tabellen von statistischen Erhebungen, auch mit Hilfe von **Tabellenkalkulation oder Stochastiktools (ToS)**, auswerten.
- Simulationen zur Entscheidung stochastischer Fragen nutzen.
- Statistische Erhebungen planen, auch unter den Aspekten Stichprobenauswahl & Erhebungsinstrument.
- Daten systematisch sammeln (z. B. Messwerte, Daten aus Befragungen oder Internet), in Tabellen organisieren & grafisch darstellen, auch unter Verwendung geeigneter Hilfsmittel wie **ToS**.
- Kenngrößen ermitteln und interpretieren (z.B. Minimum, Maximum, arithmetisches Mittel, Median, Spannweite, Quartile).
- Diagramme erstellen und interpretieren (z. B. Säulen- oder Balkendiagramm, Histogramme, Kreisdiagramm, Liniendiagramm, Boxplot), auch mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge & die gewählte Darstellungsform begründen.

- Den Umgang mit und die Darstellung von Daten in Medien mit Hilfe mathematischer Kenntnisse reflektieren, etwa in Bezug auf die Absicht und mögliche Wirkungen der Darstellung.
- Zufallerscheinungen beschreiben und Wahrscheinlichkeitsaussagen sowie ihre Darstellungen in Medien interpretieren.
- Bei der Durchführung von Zufallsexperimenten die auftretenden relativen Häufigkeiten als Schätzwerte von Wahrscheinlichkeiten nutzen und deuten, die bei wachsendem Stichprobenumfang besser werden.
- Wahrscheinlichkeiten bei ein- oder mehrstufigen Zufallsexperimenten, auch mit Hilfe entsprechender Visualisierungen (z. B. Baumdiagramm, Vierfeldertafel) bestimmen, ohne und mit Hilfe digitaler Mathematikwerkzeuge.
- Visualisierungen nutzen, um bei einfachen, alltagsnahen Modellierungen bedingte Wahrscheinlichkeiten zu erkennen, ohne und mit Hilfe digitaler Medien.

### Allgemeine mathematische Kompetenzen

[K1] Mathematisch argumentieren

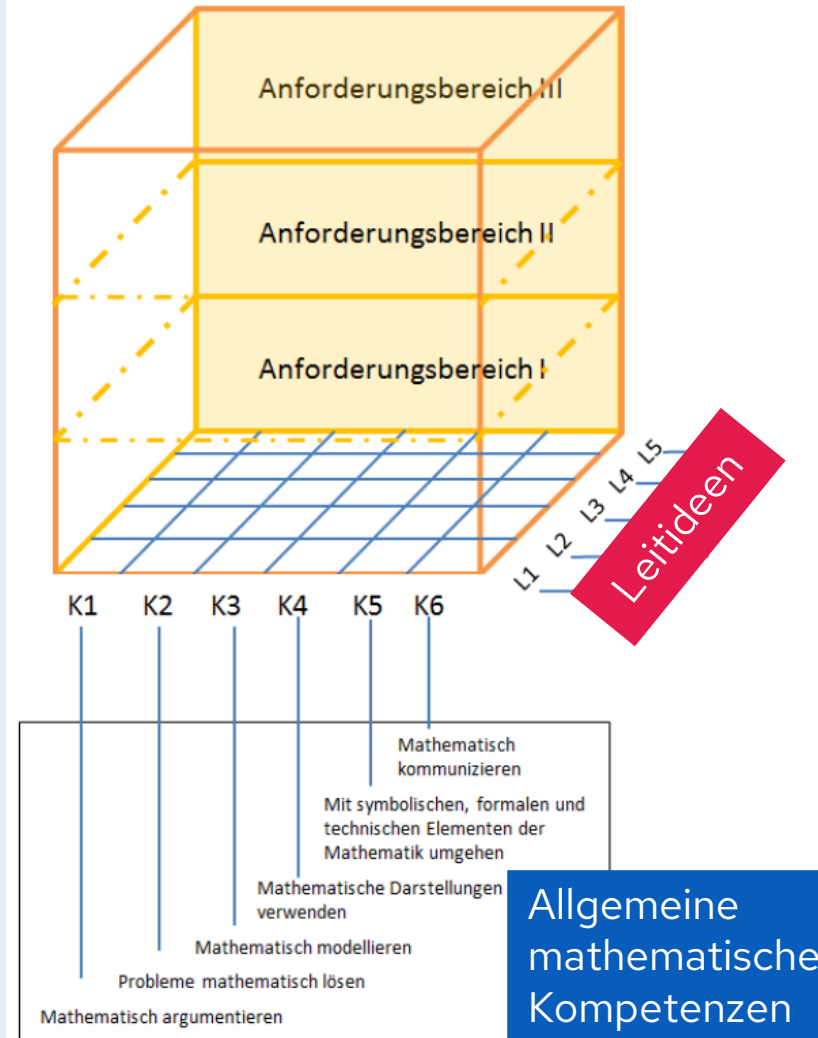
[K2] Probleme  
mathematisch lösen

[K3] Mathematisch modellieren

[K4] Mathematische Darstellungen  
verwenden

[K5] Mit symbolischen, formalen  
und technischen Elementen  
der Mathematik umgehen

[K6] Mathematisch kommunizieren



### Leitideen

[L1] Algorithmus  
und Zahl

[L2] Messen

[L3] Raum und Form

[L4] Funktionaler  
Zusammenhang

[L5] Daten und Zufall

	<b>Grundlegendes Anforderungsniveau (Grundkurs)</b>	<b>Erhöhtes Anforderungsniveau (Leistungskurs)</b>
<b>Leitidee</b>	<p>Umfang mathematischer Inhalte</p> <ul style="list-style-type: none"><li>▪ Grundkenntnisse</li><li>▪ in Leitideen ausgewiesen</li></ul>	<p>Umfang mathematischer Inhalte</p> <ul style="list-style-type: none"><li>▪ größer</li><li>▪ in Leitideen ausgewiesen</li><li>▪ erhöhter Komplexitäts-, Vertiefungs-, Präzisierungs- &amp; Formalisierungsgrad</li></ul>
<b>Anforderungsbereiche</b> bzgl. allgemeiner mathematischer Kompetenzen	<p>Prüfungsleistungen</p> <ul style="list-style-type: none"><li>▪ Schwerpunkt: Anforderungsbereich II</li><li>▪ Anforderungsbereiche I und III berücksichtigen</li><li>▪ Anforderungsbereiche I und II stärker akzentuieren</li></ul>	<p>Prüfungsleistungen</p> <ul style="list-style-type: none"><li>▪ Schwerpunkt: Anforderungsbereich II</li><li>▪ Anforderungsbereiche I und III berücksichtigen</li><li>▪ Anforderungsbereiche II und III stärker akzentuieren</li></ul>

### Grundl. und erhöhtes Anforderungsniveau

- Exemplarisch statistische Erhebungen planen und beurteilen.
- Sachverhalte mithilfe von Baumdiagrammen oder Vierfeldertafeln untersuchen und damit Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten lösen.
- Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit anhand einfacher Beispiele untersuchen.
- Die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen nutzen.
- Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen verwenden.
- In einfachen Fällen aufgrund von Stichproben auf die Gesamtheit schließen.

### Erhöhtes Anforderungsniveau

- Für binomialverteilte Zufallsgrößen Aussagen über die unbekannte Wahrscheinlichkeit sowie die Unsicherheit und Genauigkeit dieser Aussagen begründen.
- Hypothesentests interpretieren & die Unsicherheit & Genauigkeit der Ergebnisse begründen.
- Exemplarisch diskrete & stetige Zufallsgrößen unterscheiden & die „Glockenform“ als Grundvorstellung von normalverteilten Zufallsgrößen nutzen.
- Stochastische Situationen untersuchen, die zu annähernd normalvert. Zufallsgrößen führen.
- Einblick in Methoden der beurteilenden Statistik, auch mithilfe von Simulationen und einschlägiger Software

# Kapitel 1: Ziele und Inhalte

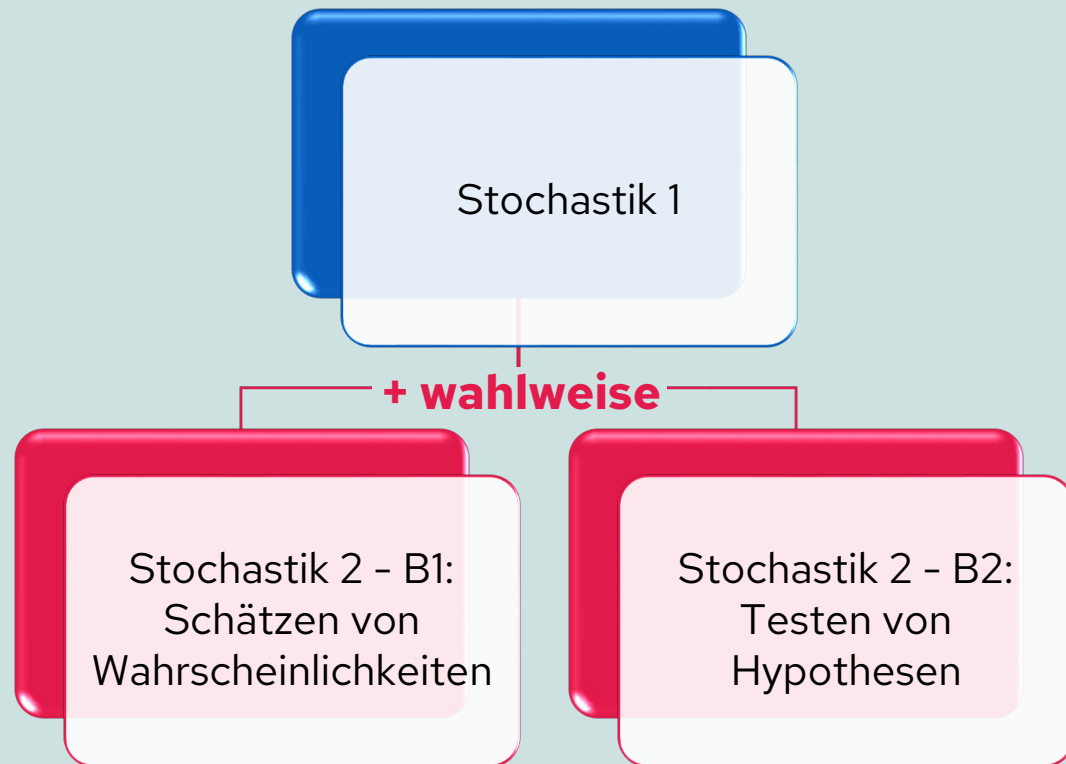
- 1.1 Stochastik?!
- 1.2 Warum Stochastik unterrichten?
- 1.3 Stochastik in den Bildungsstandards
- 1.4 Lehrplan MSS RLP**

*Selbststudium*



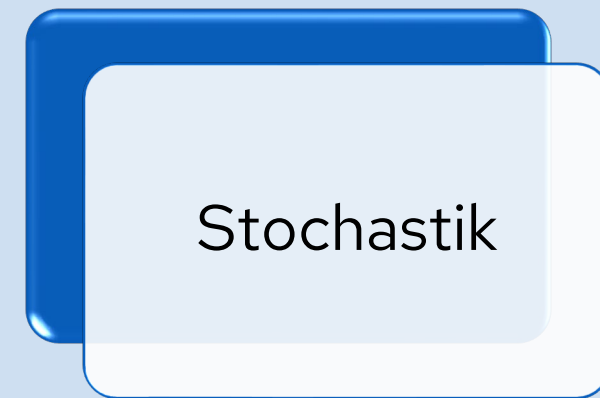
## Grundkurs

(ca. 26 + 16 Stunden)



## Leistungskurs

(ca. 70 Stunden)



## L1 Leitidee „Algorithmus und Zahl“

- 1.01g geeignete Verfahren zur Lösung von Gleichungen und Gleichungssystemen auswählen
- 1.02g ein algorithmisches Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme erläutern und es anwenden
- 1.03g Grenzwerte auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs insbesondere bei der Bestimmung von Ableitung und Integral nutzen
- 1.04g einfache Sachverhalte mit Tupeln oder Matrizen beschreiben
- 1.05g mathematische Prozesse durch Matrizen unter Nutzung von Matrizenmultiplikation und inverser Matrizen beschreiben
- 1.06e Potenzen von Matrizen bei mehrstufigen Prozessen nutzen
- 1.07e Grenzmatrizen sowie Fixvektoren interpretieren

## L2 Leitidee „Messen“

- 2.01g Streckenlängen und Winkelgrößen im Raum auch mithilfe des Skalarprodukts bestimmen
- 2.02g Sekanten-/Tangentensteigungen an Funktionsgraphen
- 2.03g Änderungsraten berechnen und deuten
- 2.04g Inhalte von durch Funktionsgraphen begrenzte Flächen
- 2.05g Bestände aus Änderungsraten und Anfangsbestand
- 2.06g Lage- und Streumaße einer Stichprobe bestimmen & deuten
- 2.07g Erwartungswert und Standardabweichung diskreter Zufallsgrößen bestimmen & deuten
- 2.08e Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen bestimmen
- 2.09e Volumen von Körpern bestimmen, die durch Rotation um die Abszissenachse entstehen

## L3 Leitidee „Raum und Form“

- 3.01g geometrische Sachverhalte in Ebene und Raum koordinatisieren
- 3.02g elementare Operationen mit geometrischen Vektoren ausführen und Vektoren auf Kollinearität untersuchen
- 3.03g das Skalarprodukt geometrisch deuten
- 3.04g Vektoren beim Arbeiten mit geradlinig bzw. ebenflächlich begrenzten geometrischen Objekten anwenden
- 3.05g Geraden und Ebenen analytisch beschreiben und die Lagebeziehungen von Geraden untersuchen
- 3.06e die Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen untersuchen

## L4 Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“

- 4.01g die sich aus den Funktionen der Sekundarstufe I ergebenden Funktionsklassen zur Beschreibung und Untersuchung quantifizierbarer Zusammenhänge nutzen
- 4.02g in einfachen Fällen Verknüpfungen und Verkettungen von Funktionen zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge nutzen
- 4.03g die Ableitung insbesondere als lokale Änderungsrate deuten
- 4.04g Änderungsraten funktional beschreiben (Ableitungsfunktion) und interpretieren
- 4.05g die Funktionen der Sekundarstufe I ableiten, auch unter Nutzung der Faktor- und Summenregel
- 4.06g die Produktregel zum Ableiten von Funktionen verwenden
- 4.07g die Ableitung zur Bestimmung von Monotonie und Extrema von Funktionen nutzen
- 4.08g den Ableitungsgraphen aus dem Funktionsgraphen und umgekehrt entwickeln

## L4 Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ (Fortsetzung)

- 4.09g das bestimmte Integral deuten, insbesondere als (re-)konstruierten Bestand
- 4.10g geometrisch-anschaulich den Hauptsatz als Beziehung zwischen Ableitungs- und Integralbegriff begründen
- 4.11g Funktionen mittels Stammfunktionen integrieren
- 4.12g Zufallsgrößen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen zur Beschreibung stochastischer Situationen nutzen
- 4.13e die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen deuten
- 4.14e Kettenregel zum Ableiten von Funktionen verwenden
- 4.15e In-Funktion als Stammfunktion von  $x \mapsto \frac{1}{x}$  & als Umkehrfunktion der  $e$ -Funktion nutzen

## L5 Leitidee „Daten und Zufall“

- 5.01g exemplarisch statistische Erhebungen planen und beurteilen
- 5.02g Sachverhalte mithilfe von Baumdiagrammen oder Vierfeldertafeln untersuchen und damit Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten lösen
- 5.03g Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente anhand einfacher Beispiele auf stochastische Unabhängigkeit untersuchen
- 5.04g die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen nutzen
- 5.05g Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen verwenden
- 5.06g in einfachen Fällen aufgrund von Stichproben auf die Gesamtheit schließen

## L5 Leitidee „Daten und Zufall“ (Fortsetzung)

- 5.07e für binomialverteilte Zufallsgrößen Aussagen über die unbekannte Wahrscheinlichkeit sowie die Unsicherheit und Genauigkeit dieser Aussagen begründen
- 5.08e Hypothesentests interpretieren und die Unsicherheit und Genauigkeit der Ergebnisse begründen
- 5.09e exemplarisch diskrete und stetige Zufallsgrößen unterscheiden und die „Glockenform“ als Grundvorstellung von normalverteilten Zufallsgrößen nutzen
- 5.10e stochastische Situationen untersuchen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen

---

# Kontakt

---

**Prof. Dr. Jürgen Roth**

**RPTU**

Rheinland-Pfälzische Technische Universität  
Kaiserslautern-Landau

Didaktik der Mathematik (Sekundarstufen)

Fortstraße 7, 76829 Landau

[j.roth@rptu.de](mailto:j.roth@rptu.de)

[juergen-roth.de](http://juergen-roth.de)

[dms.nuw.rptu.de](http://dms.nuw.rptu.de)



**RPTU**