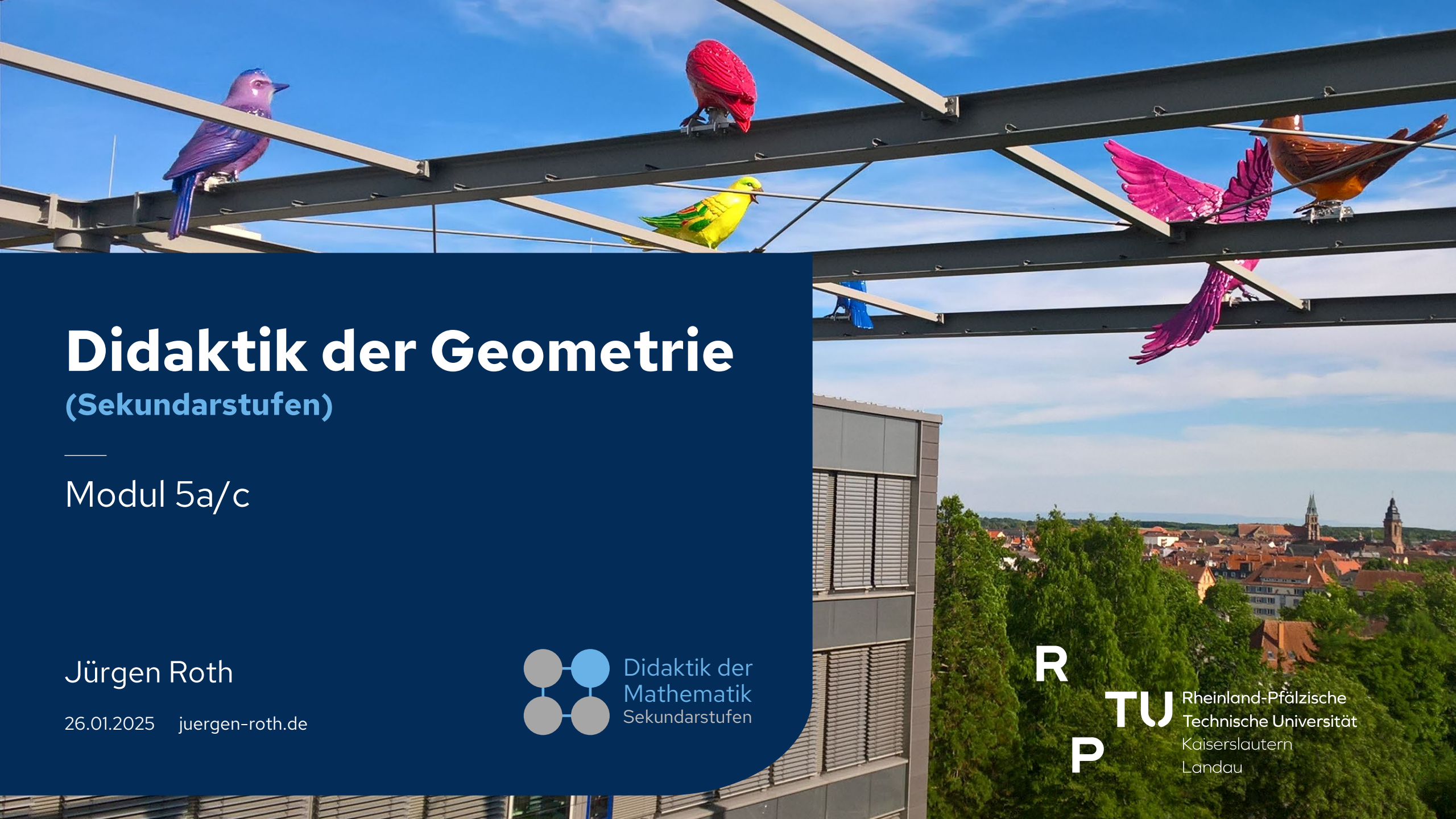


Didaktik der Geometrie

(Sekundarstufen)

Modul 5a/c

Jürgen Roth

26.01.2025 juergen-roth.de

Didaktik der Mathematik Sekundarstufen

RPTU Rheinland-Pfälzische Technische Universität Kaiserslautern Landau

Rheinland-Pfälzische Technische Universität Kaiserslautern Landau

Didaktik der Mathematik Sekundarstufen

Didaktik der Geometrie

(Sekundarstufen)

1. Ziele und Inhalte
2. Begriffsbildung
3. Konstruieren
4. Argumentieren und Beweisen
5. Problemlösen
6. Entdeckendes Lernen

GeoGebra-Buch
„Didaktik der Geometrie“
https://roth.tel/geometrie

juergen-roth.de/lehre/didaktik-der-geometrie/

RPTU

5

Didaktik der Geometrie (Sekundarstufe)

Problemlösen

Rheinland-Pfälzische Technische Universität Kaiserslautern Landau

Didaktik der Mathematik Sekundarstufen

Kapitel 5: Problemlösen

5.1 Was ist ein Problem?

5.2 Problemtypen im Geometrieunterricht

5.3 Beispiele für Problemaufgaben

5.4 Beispiel: Problemlösestunde aus Japan

GeoGebra-Buch
„Didaktik der Geometrie“
https://roth.tel/geometrie

juergen-roth.de/lehre/didaktik-der-geometrie/

RPTU

Rheinland-Pfälzische Technische Universität Kaiserslautern Landau

Didaktik der Mathematik Sekundarstufen

Kapitel 5: Problemlösen

5.1 Was ist ein Problem?

5.2 Problemtypen im Geometrieunterricht

5.3 Beispiele für Problemaufgaben

5.4 Beispiel: Problemlösestunde aus Japan

GeoGebra-Buch
„Didaktik der Geometrie"
https://roth.tel/geometrie

juergen-roth.de/lehre/didaktik-der-geometrie/

RPTU

Was ist ein Problem?

(Routine-) Aufgabe

Anfangszustand → **Algorithmus** → **Zielzustand**

Problem

Anfangszustand

Zielzustand

Ein Problemlöser *kennt* keine Lösung der Aufgabe, also weder einen Operator noch eine Operatorkette, die den Anfangszustand in den Zielzustand überführt.

Systematisierung von Aufgaben

Aufgabentyp	Gegeben	Weg	Gesucht
Vollständig gelöste Aufgabe (Stimmt das?)	✓	✓	✓
Grundaufgabe / einfache Bestimmungsaufgabe (Was kommt raus?)	✓	✓	✗
Einfache Umkehraufgabe (Was war gegeben?)	✗	✓	✓
Strategiefindungs- / Begründungsaufgabe (Wie komme ich dahin?)	✓	✗	✓
Schwierigere Bestimmungsaufgabe (Wie gehe ich vor und was kommt raus?)	✓	✗	✗
Schwierigere Umkehraufgabe (Was muss gelten und wie gehe ich vor?)	✗	✗	✓
Eigene Aufgabenkonstruktion / eigene Anwendung finden (So gehe ich in verschiedenen Fällen vor.)	✗	✓	✗
Offene Problemsituation (Überlegen, was ich herausfinden will, wie ich rechne, was herauskommt.)	✗	✗	✗

Eilers, K.; Bergmann, L. (2010). Erstes Üben auf eigenem Niveau – Mit Aufgabensets die Selbsteinschätzung fördern. ml 162, 14-17

Problemlösen (im weiteren Sinn)

Didaktik der Mathematik Sekundarstufen

Problem finden
- Probleme in Kontexten entdecken
- Problemsituation erfassen und bewerten

entdeckendes Lernen

Problem lösen (im engeren Sinn)
- Mathematische Kompetenzen in neuer Weise oder Kombination einsetzen
- Vorhandene Kompetenzen / Begriffe werden dabei gefestigt und flexibilisiert

problemorientiertes Lernen

Problem weiterentwickeln
- Suche nach Problemlösungen führt auf neue mathematische Ideen oder weiterführende Probleme
- Neue mathematische Begriffe und Verfahren entstehen

Nach Leuders, T. (Hrsg.) (2003). Mathematik-Didaktik, Cornelsen Scriptor, 2003

Inhalts- und Unterstützungsdimension

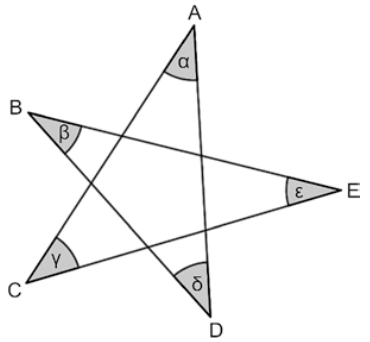
Didaktik der Mathematik Sekundarstufen

Zweck des DMS-Einsatzes \ Grad der Fokussierungshilfe	Fertig vorgegebene Konfiguration (evtl. Möglichkeit zum Ein- und Ausblenden von Elementen)	Veränderbare Konfiguration mit einzelnen Fokussierungshilfen	Leeres, unstrukturiertes DMS
Bewegliche Argumentation kommunizieren	☑		(☑)
Beweisidee vermitteln	☑		(☑)
Verständnisgrundlage für Begriffe & ihre Eigenschaften schaffen	☑	☑	(☑)
Experimentelles Arbeiten ▪ Entdecken von Zusammenhängen	☑	☑	☑
▪ Finden von Ideen im Problemlöseprozess		☑	☑
Reflexion von Problemlöseprozessen	☑		☑

Roth, J. (2008). Dynamik von DGS – Wozu und wie sollte man sie nutzen? In U. Kortenkamp et al. (Hrsg.), Informatische Ideen im MU. (S. 131-138). Franzbecker.

Beispiel: Sternfünfeck-Problem

Variationen bzgl. Zielkriterien & Bekanntheitsgrad der Mittel



Bekanntheitsgrad der Mittel	Zielkriterien: klar	Zielkriterien: unklar
hoch	Gegeben sei ein sogenanntes Sternfünfeck mit den Innenwinkeln $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ und ε (siehe Abbildung). Bestimme die Summe der Innenwinkel dieser Figur über Zerlegungen der Figur in Dreiecke.	Gegeben sei ein sogenanntes Sternfünfeck mit den Innenwinkeln $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ und ε (siehe Abbildung). Wende den Satz über die Innenwinkelsumme im Dreieck an. Welche Erkenntnisse erhält man über die Figur?
gering	Gegeben sei ein sogenanntes Sternfünfeck mit den Innenwinkeln $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ und ε (siehe Abbildung). Bestimme die Summe der Innenwinkel dieser Figur.	Gegeben sei ein sogenanntes Sternfünfeck mit den Innenwinkeln $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ und ε (siehe Abbildung). Formuliere und beweise mathematische Aussagen in dieser Figur.

Rott, B. et al. (2023). Problemlösen lernen. In R. Bruder et al. (Hrsg.), Handbuch der Mathematikdidaktik (S. 313-339). Berlin: Springer Spektrum.

Rheinland-Pfälzische Technische Universität Kaiserslautern Landau

Didaktik der Mathematik Sekundarstufen

Kapitel 5: Problemlösen

5.1 Was ist ein Problem?

5.2 Problemtypen im Geometrieunterricht

5.3 Beispiele für Problemaufgaben

5.4 Beispiel: Problemlösestunde aus Japan

GeoGebra-Buch „Didaktik der Geometrie“ https://roth.tel/geometrie

Im Geometrieunterricht:
Nur Interpolationsprobleme

Interpolationsproblem

objektiv

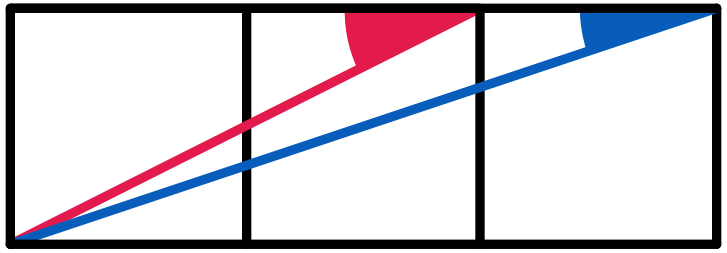
- Anfangszustand (das Gegebene) ist genau definiert.
- Zielzustand (das Gesuchte) ist genau definiert.

subjektiv

- Problemlöser verfügt über Operationen, die eine Lösung des Problems gestatten.

Interpolationsproblem?

Zeige: rot + blau = 45°



Interpolationsprobleme in der Geometrie

Berechnungsprobleme

Themenbereiche

- Winkelbeziehungen in Figuren
- Flächeninhalte von Polygonen und Kreisen
- Satzgruppe des Pythagoras
- Strahlensätze
- Trigonometrie

Lösungsfindung durch

- Vorwärtsarbeiten
- Rückwärtsarbeiten
- Lösen eines Gleichungssystems

Schwierigkeiten

- Mangelnde Kenntnis von Operatoren
- Erkennen der Anwendbarkeit eines Operators
- Falsche Anwendung eines Operators
- Anwenden heuristischer Strategien

Konstruktionsprobleme

Themenbereiche

- Kongruenzabbildungen
- Dreiecke und Vierecke
- Zentrische Streckung

Problemanalyse

- Fallunterscheidung durchführen
  - Lösbarkeitsbedingungen untersuchen
  - verschiedene Fälle nacheinander lösen
- Überlegungsfigur zeichnen
  - Gegebenes und Gesuchtes mit verschiedenen Farben markieren

Lösungsfindung (Heuristische Strategien)

- Weglassen einer Bedingung „$(n-1)$-Methode“
- Konstruktion einer Teilkonfiguration
- Reduktion auf ein Berechnungsproblem
- Hilfslinie einzeichnen

Umgang mit Schwierigkeiten

Mangelnde Operatorkenntnis

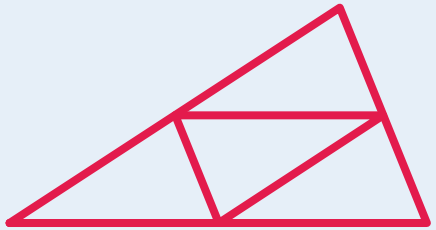
- Anwenden in einfachen Übungsaufgaben mit Problemcharakter (vgl. Goldberg)
- Liste mit benötigten Operationen anfertigen (Bilder, Formeln, ...)

Falsche Anwendung eines Operators

- **Vereinbarung:** Eigenschaften von Teilfiguren dürfen nicht der Anschauung entnommen werden.

Anwendbarkeit eines Operators erkennen

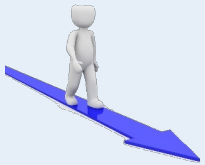
- Erkennen von (Teil-) Konfigurationen üben



Anzahl der Trapeze?

Anwenden heuristischer Strategien

- Zunächst nur Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten einsetzen



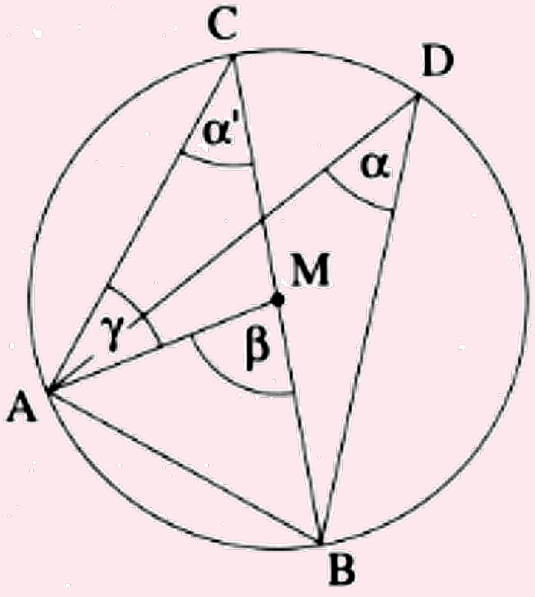
Goldberg, E. (1992). Beweisen im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I. *MU 38*(6), 33-46

Umgang mit mangelnder Operatorkenntnis

Beispiel: Mittelpunktswinkel-Umfangswinkel-Satz (MUS)

Mittelpunktswinkel-Umfangswinkel-Satz

In einem Kreis ist der zu einer Sehne AB gehörige Mittelpunktswinkel β doppelt so groß wie der zur selben Sehne gehörende Umfangswinkel α, es gilt also $\beta = 2\alpha$.



Voraussetzungen:

- α ist Umfangswinkel über AB.
- β ist Mittelpunktswinkel über AB.

Behauptung:

- $\beta = 2\alpha$

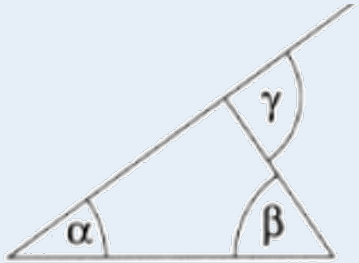
Beweis:

(1) $\alpha' = \gamma$	(Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck)
(2) $\beta = \alpha' + \gamma$	(Außenwinkelsatz)
(3) $\beta = \alpha' + \alpha'$	(1) und (2)
(4) $\beta = 2\alpha'$	
(5) $\beta = 2\alpha$	(Umfangswinkelsatz) ■

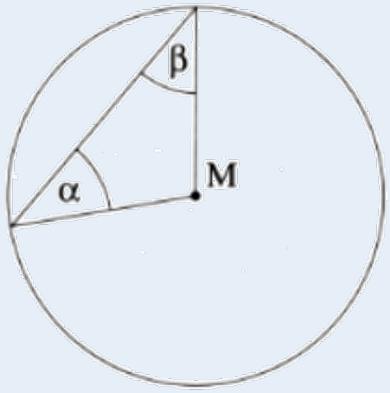
Goldberg, E. (1992). Beweisen im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I. *MU 38*(6), 33-46

Umgang mit mangelnder Operatorkenntnis

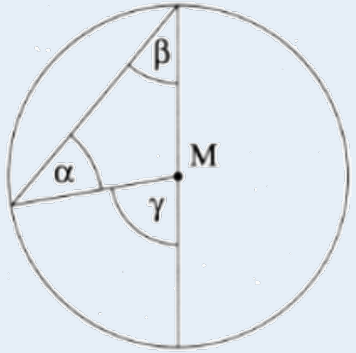
Beispiel: Vorbereitungsaufgaben zum Beweis des MUS



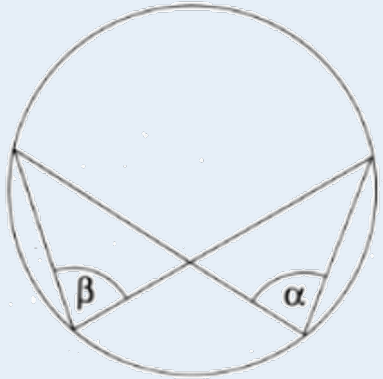
Geg.: $\alpha = 20°; \beta = 40°$
Ges.: γ
Lös.: $\gamma = 20° + 40° = 60°$
(Außenwinkelsatz)



Geg.: $\alpha = 15°$
Ges.: β
Lös.: $\beta = \alpha = 15°$
(Basiswinkelsatz)



Geg.: $\alpha = 30°$
Ges.: γ
Lös.: (1) $\beta = \alpha = 30°$
(Basiswinkelsatz)
(2) $\gamma = 30° + 30° = 60°$
(Außenwinkelsatz)



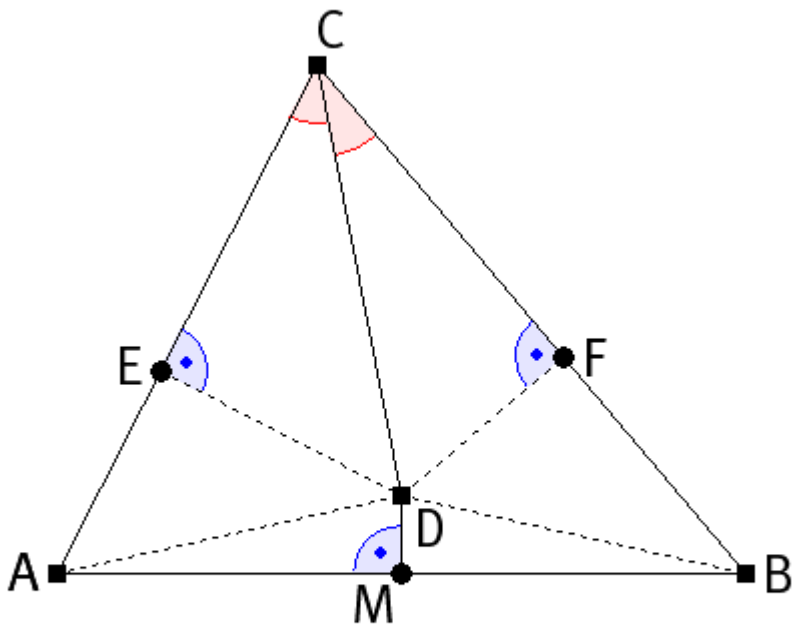
Geg.: $\beta = 27°$
Ges.: α
Lös.: $\alpha = \beta = 27°$
(Umfangswinkelsatz)

Goldberg, E. (1992). Beweisen im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I. *MU 38*(6), 33-46

Ein Beweis?

Paradoxon

Jedes Dreieck ist gleichschenklig.



Schreibweise:
$|DC|$ bezeichnet die Länge der Strecke $[DC]$.
$|\measuredangle AED|$ bezeichnet die Größe des Winkels $\measuredangle AED$.

Voraussetzungen

(1) CD ist Winkelhalbierende des Winkels $\angle ACB$.

(2) MD ist Mittelsenkrechte der Strecke $[AB]$.

(3) DF ist das von D auf BC gefällte Lot mit Lotfußpunkt F.

(4) DE ist das von D auf AC gefällte Lot mit Lotfußpunkt E.

Beweis

- $\Delta CED \cong \Delta CFD$ nach Kongruenzsatz WSW.
- $\Delta AMD \cong \Delta BMD$ nach Kongruenzsatz SWS.
- Aus $|ED| = |DF|$, $|AD| = |DB|$ und $|\measuredangle AED| = |\measuredangle DFB| = 90°$ folgt mit SsW:
$$\Delta ADE \cong \Delta BDF$$
- Also ist $|AE| = |BF|$.
- Damit ist $|AC| = |BC|$.
- ΔABC ist gleichschenklig.

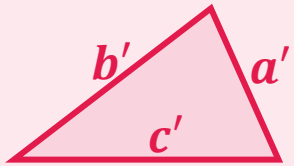
Wo steckt der Fehler?

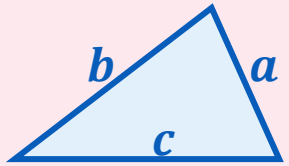
Kongruenzsätze für Dreiecke

Bemerkung: Da kongruente Dreiecke deckungsgleich sind, sind entsprechende Winkel gleich groß und entsprechende Seiten gleich lang.

Kongruenzsatz SSS

Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in den Längen aller Seiten übereinstimmen.

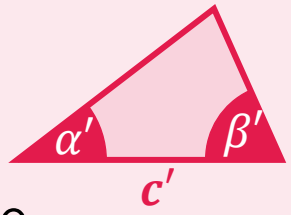


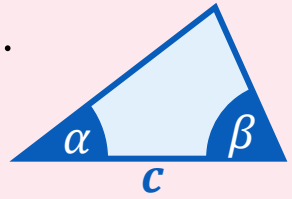


$|a'| = |a| \wedge |b'| = |b| \wedge |c'| = |c|$
$\Rightarrow \Delta A'B'C' \cong \Delta A'B'C'$

Kongruenzsatz WSW

Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in der Länge einer Seite und den Winkelgrößen der beiden an der Seite anliegenden Winkel übereinstimmen.

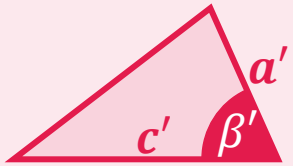


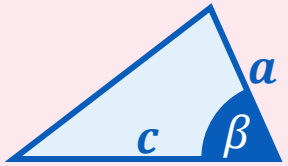


$|c'| = |c| \wedge |\alpha'| = |\alpha| \wedge |\beta'| = |\beta|$
$\Rightarrow \Delta A'B'C' \cong \Delta A'B'C'$

Kongruenzsatz SWS

Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in der Winkelgröße eines Winkels und den Seitenlängen der beiden am Winkel anliegenden Seiten übereinstimmen.

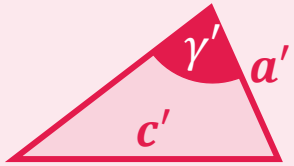


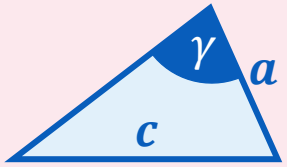


$|\beta'| = |\beta| \wedge |a'| = |a| \wedge |c'| = |c|$
$\Rightarrow \Delta A'B'C' \cong \Delta A'B'C'$

Kongruenzsatz SsW

Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in den Längen zweier Seiten und der Winkelgröße des Winkels, der der längeren Seite gegenüberliegt übereinstimmen.





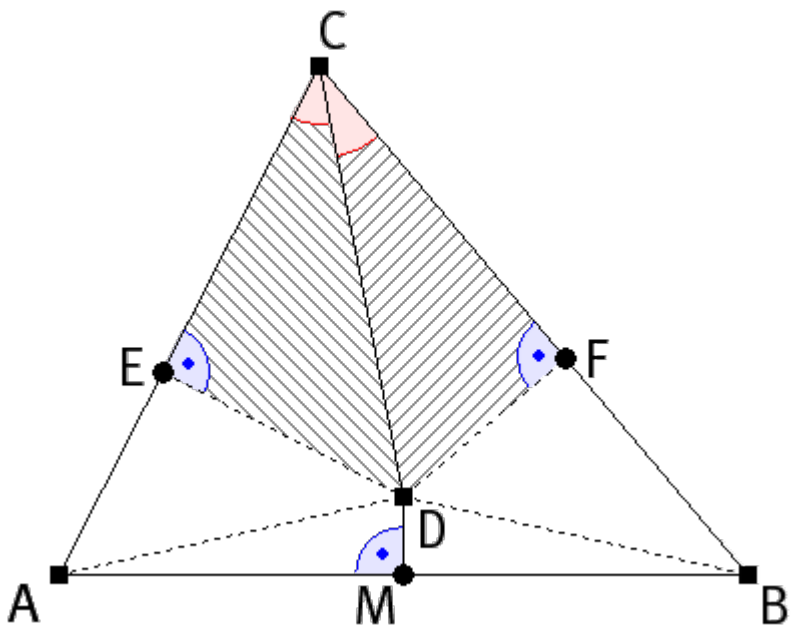
$|a'| = |a| \wedge |c'| = |c| \wedge |c| > |a| \wedge |\gamma'| = |\gamma|$
$\Rightarrow \Delta A'B'C' \cong \Delta A'B'C'$

Schmidt-Thieme, B. & Weigand, H. G. (2018). Kongruenzsätze. In H.-G. Weigand et al. (Hrsg.). *Didaktik der Geometrie für die Sekundarstufe I* (S. 195-199). Berlin: Springer Spektrum.

Kongruenzbeweis 1

Paradoxon

Jedes Dreieck ist gleichschenklig.



Voraussetzungen

(1) CD ist Winkelhalbierende des Winkels $\angle ACB$.

(2) MD ist Mittelsenkrechte der Strecke $[AB]$.

(3) DF ist das von D auf BC gefällte Lot mit Lotfußpunkt F.

(4) DE ist das von D auf AC gefällte Lot mit Lotfußpunkt E.

Zu zeigen ist:

Die Dreiecke ΔCED und ΔCFD sind zueinander kongruent ($\Delta CED \cong \Delta CFD$).

Beweis (Beweisidee: Nutzung des Kongruenzsatzes WSW)

i. $|\measuredangle AED| = |\measuredangle BFD|$ (Vor. (1))

ii. $|DC| = |DC|$ ($[DC]$ gehört zu ΔCED und ΔCFD)

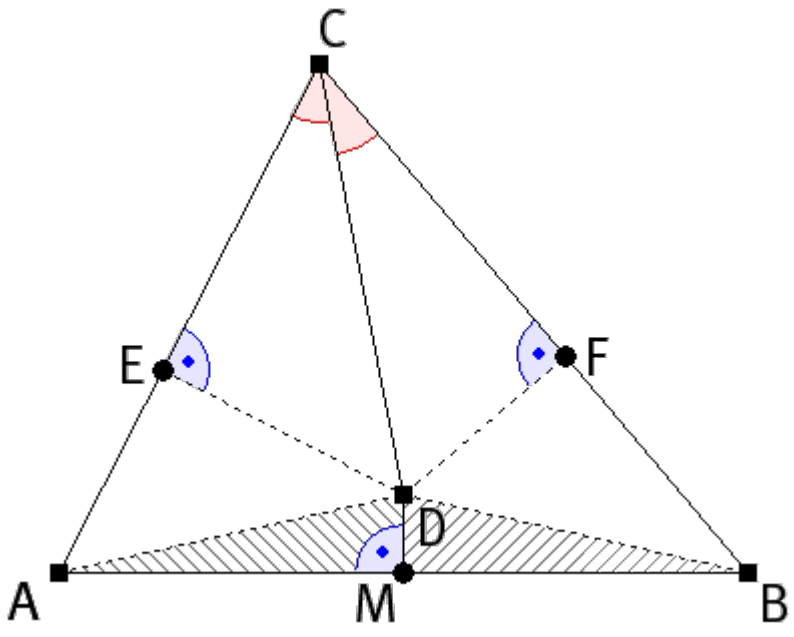
iii. $|\measuredangle CDE| = |\measuredangle FDC|$ (Vor. (1), (3), (4) und Innenwinkelsumme im Dreieck)

$$\overset{\text{i, ii, iii, Kongruenzsatz WSW}}{\Rightarrow} \quad \Delta CED \cong \Delta CFD \quad \blacksquare$$

Kongruenzbeweis 2

Paradoxon

Jedes Dreieck ist gleichschenklig.



Voraussetzungen

(1) CD ist Winkelhalbierende des Winkels $\angle ACB$.

(2) MD ist Mittelsenkrechte der Strecke $[AB]$.

(3) DF ist das von D auf BC gefällte Lot mit Lotfußpunkt F.

(4) DE ist das von D auf AC gefällte Lot mit Lotfußpunkt E.

Zu zeigen ist:

Die Dreiecke ΔAMD und ΔBMD sind zueinander kongruent ($\Delta AMD \cong \Delta BMD$).

Beweis (Beweisidee: Nutzung des Kongruenzsatzes SWS)

i. $|AM| = |MB|$ (Vor. (2))

ii. $|\measuredangle DMA| = |\measuredangle BMD| = 90°$ (Vor. (2))

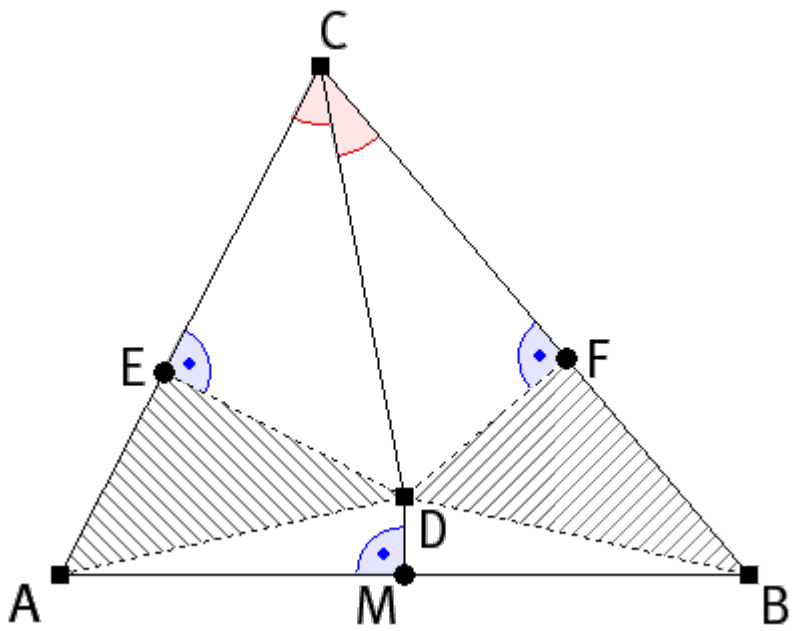
iii. $|MD| = |MD|$ ($[MD]$ gehört zu ΔAMD und ΔMBD)

$$\overset{\text{i, ii, iii, Kongruenzsatz SWS}}{\Rightarrow} \quad \Delta AMD \cong \Delta BMD \quad \blacksquare$$

Kongruenzbeweis 3

Paradoxon

Jedes Dreieck ist gleichschenklig.



Voraussetzungen

(1) CD ist Winkelhalbierende des Winkels $\angle ACB$.

(2) MD ist Mittelsenkrechte der Strecke $[AB]$.

(3) DF ist das von D auf BC gefällte Lot mit Lotfußpunkt F.

(4) DE ist das von D auf AC gefällte Lot mit Lotfußpunkt E.

Zu zeigen ist:

Die Dreiecke ΔADE und ΔDBF sind zueinander kongruent ($\Delta ADB \cong \Delta DBF$).

Beweis (Beweisidee: Nutzung des Kongruenzsatzes SsW)

i. $|AD| = |DB|$ $\quad$ ($\Delta AMD \cong \Delta BMD$)

ii. $|ED| = |DF|$ $\quad$ ($\Delta CED \cong \Delta CFD$)

iii. $|\measuredangle DEA| = |\measuredangle BFD| = 90°$ $\quad$ (Vor. (3) und Vor. (4))

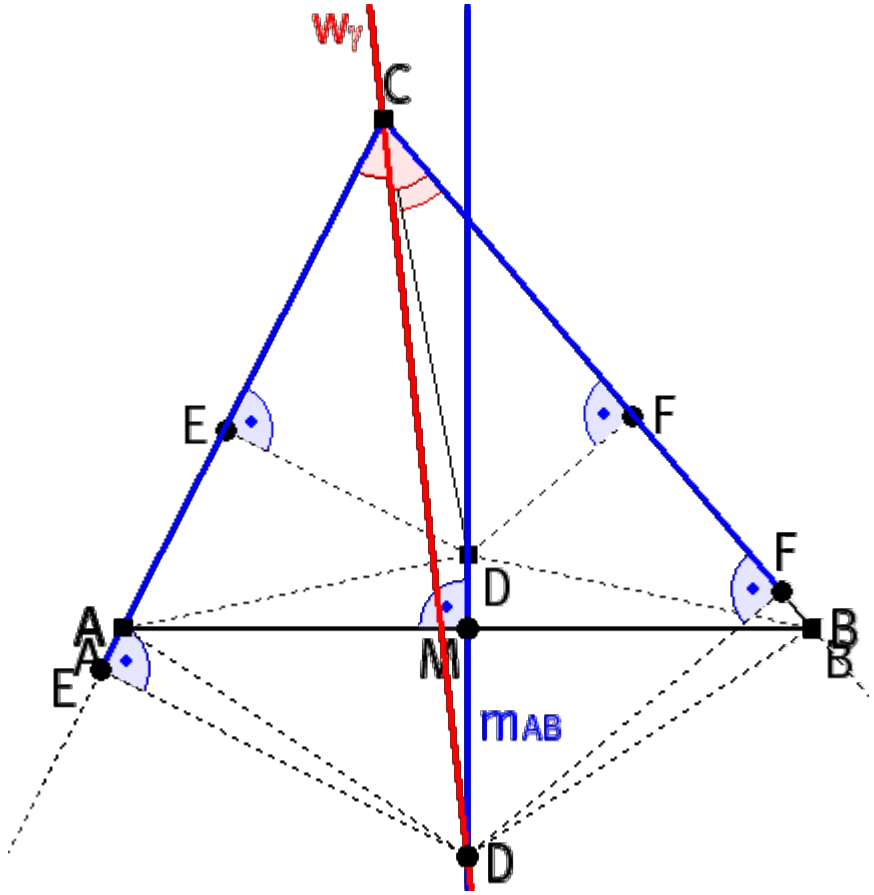
$$\overset{\text{i, ii, iii, Kongruenzsatz SsW}}{\Rightarrow} \quad \Delta ADE \cong \Delta BDF \qquad \blacksquare$$

Ein Beweis?

Wo steckt der Fehler?

Paradoxon

Jedes Dreieck ist gleichschenklig.



Voraussetzungen

(1) CD ist Winkelhalbierende des Winkels $\angle ACB$.

(2) MD ist Mittelsenkrechte der Strecke $[AB]$.

(3) DF ist das von D auf BC gefällte Lot mit Lotfußpunkt F.

(4) DE ist das von D auf AC gefällte Lot mit Lotfußpunkt E.

Beweis

- $\Delta CED \cong \Delta CFD$ nach Kongruenzsatz WSW.
- $\Delta AMD \cong \Delta BMD$ nach Kongruenzsatz SWS.
- Aus $|ED| = |FD|$, $|AD| = |BD|$ und $|\measuredangle AED| = |\measuredangle BFD| = 90°$ folgt mit SsW:
  $$\Delta ADE \cong \Delta \mathrm{BDF}$$
- Also ist $|AE| = |BF|$.
- Damit ist $|AC| = |BC|$.
- ΔABC ist gleichschenklig.

Rheinland-Pfälzische Technische Universität Kaiserslautern Landau

Didaktik der Mathematik Sekundarstufen

Kapitel 5: Problemlösen

5.1 Was ist ein Problem?

5.2 Problemtypen im Geometrieunterricht

5.3 Beispiele für Problemaufgaben

5.4 Beispiel: Problemlösestunde aus Japan

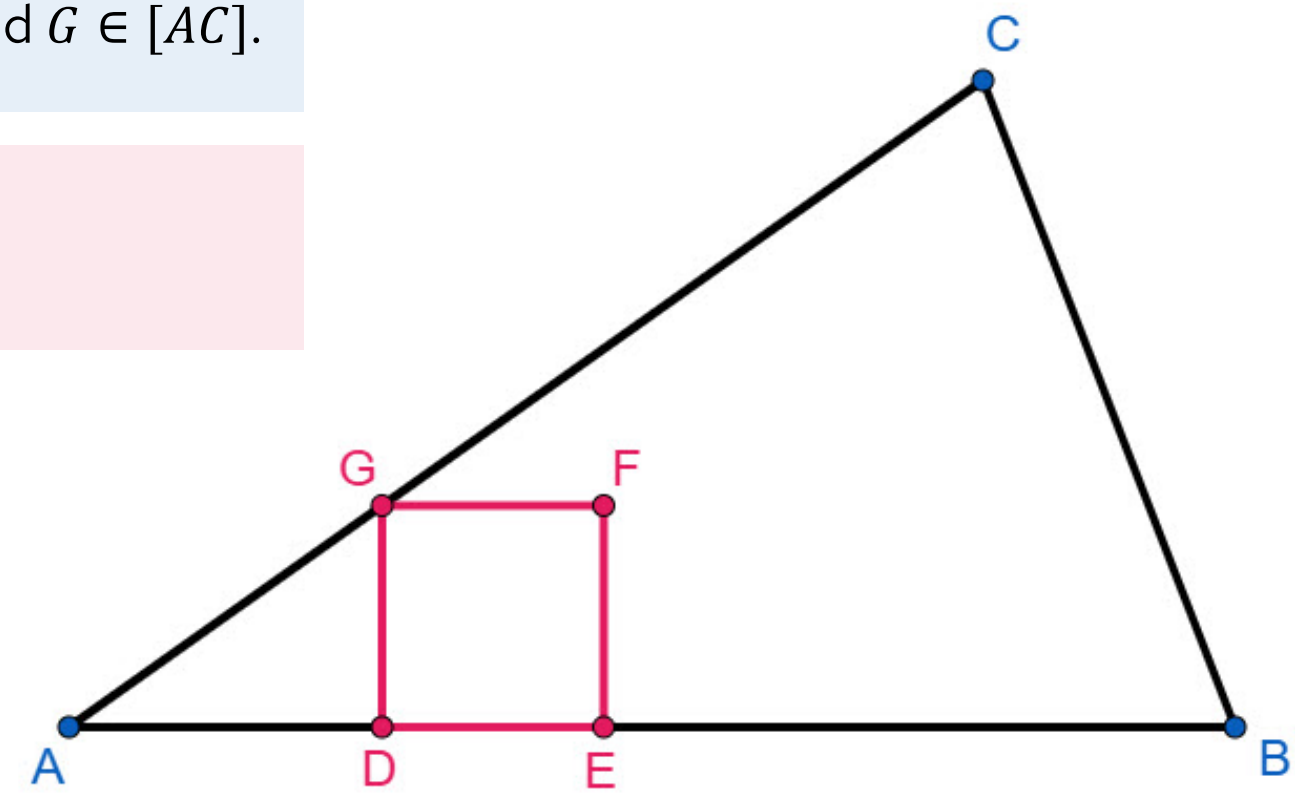
GeoGebra-Buch „Didaktik der Geometrie“ https://roth.tel/geometrie

Einem Dreieck ein Quadrat einbeschreiben

Aufgabe
Konstruieren Sie zum spitzwinkligen Dreieck ABC ein Quadrat $DEFG$ mit $D, E \in [AB]$, $F \in [BC]$ und $G \in [AC]$.

Hinweis
Nutzen Sie die $(n-1)$-Strategie.

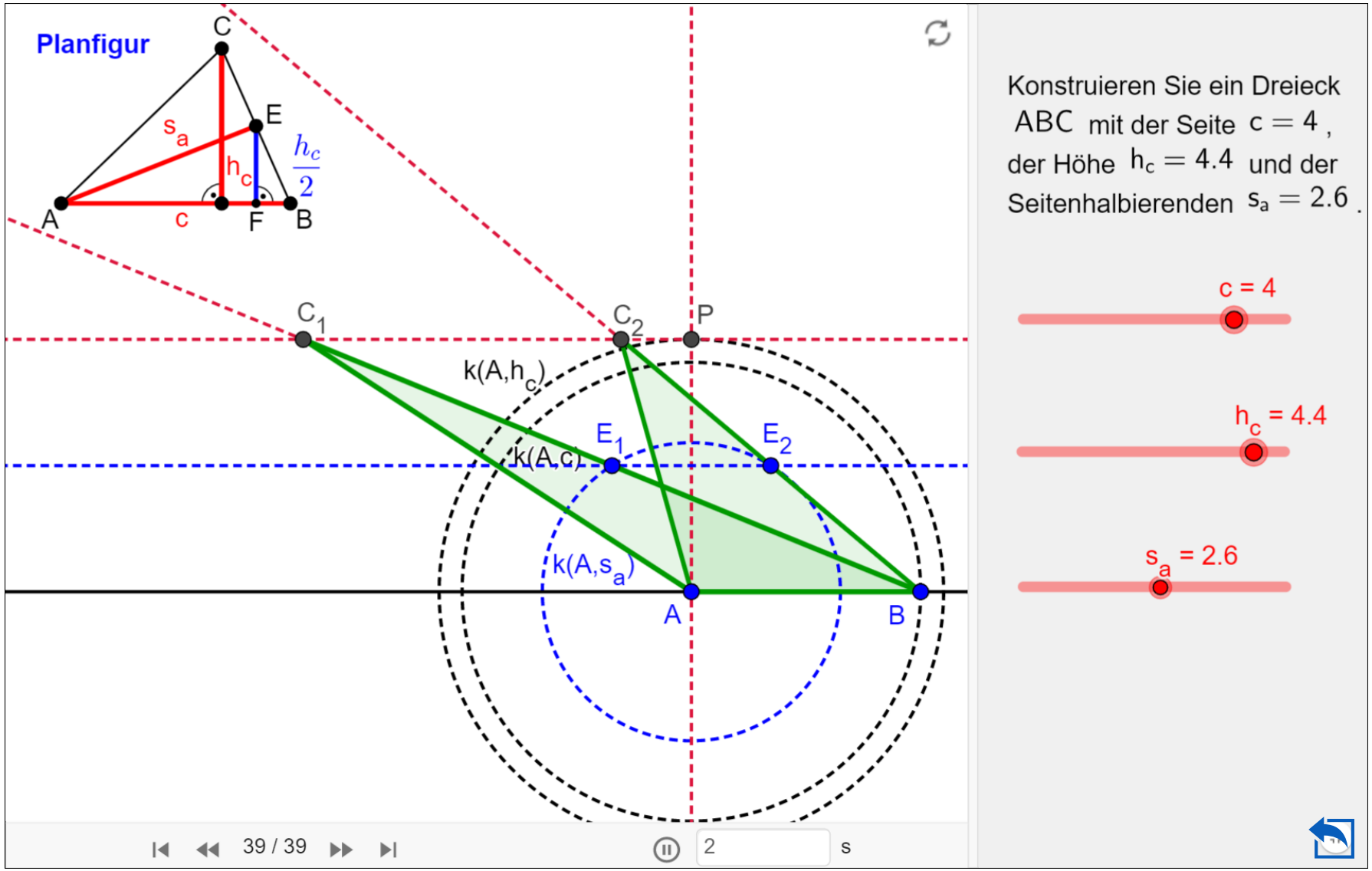
Weglassen einer Bedingung
$(n-1)$-Strategie



Dreieckskonstruktion

Aufgabe
Konstruieren Sie ein Dreieck ABC mit der Seite $c = 4$ cm, der Höhe $h_c = 4{,}4$ cm und der Seitenhalbierenden $s_a = 2{,}6$ cm.

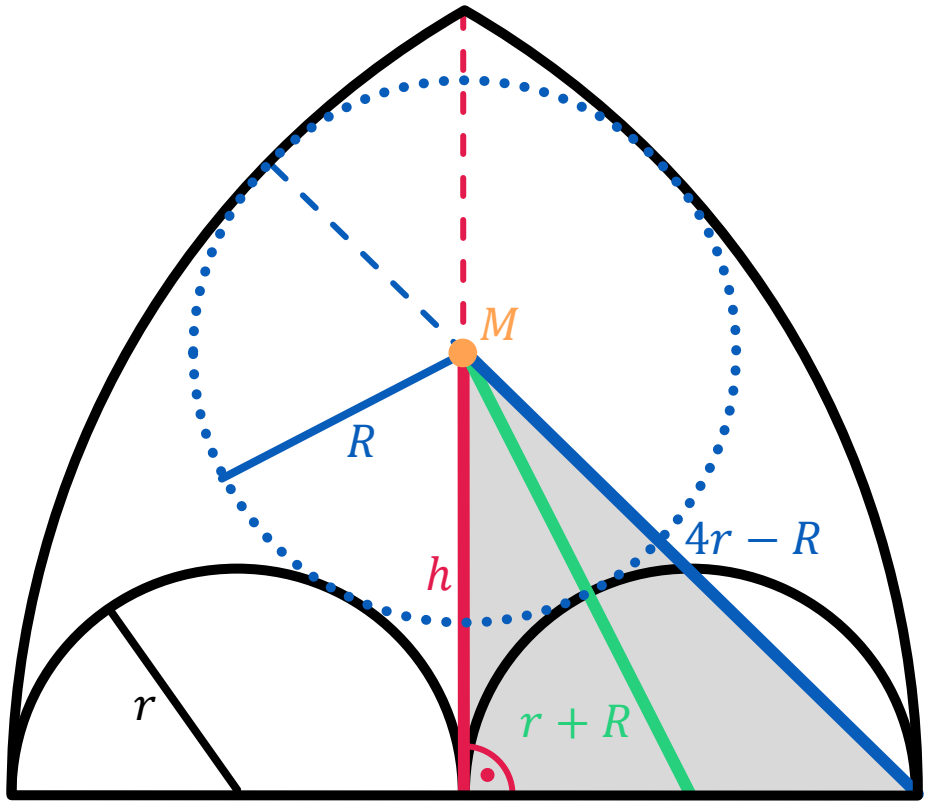
Konstruktion einer Teilfigur



 Aufgabe: https://www.geogebra.org/m/WBMHuKW5 **Lösung:** https://www.geogebra.org/m/x82N6kk2

Kirchenfenster

Aufgabe: Konstruieren Sie einen Kreis, der alle schwarzen Kreisbögen berührt.



Strategie: Reduktion auf ein Berechnungsproblem

1. **Vorwärtsarbeiten**
   - Was ist bekannt? $\Rightarrow r, 4r$ $\Rightarrow$ Symmetrie!
2. **Rückwärtsarbeiten!**
   - Wie bekommt man den Kreis? $\Leftarrow$ Mittelpunkt M
   - Wie bekommt man M? $\Leftarrow$ Radius R oder Höhe h
   - Wie bekommt man R bzw. h? $\Leftarrow$???
3. **Hilfslinien einzeichnen!**
   - Wie liegt der neue Kreis zu den alten? $\Rightarrow$ Berühren!
   - Weitere Hilfslinie? $\Rightarrow$ Ja
   - Wie bekommt man R bzw. h?
4. **Berechnen!**

$$\left.\begin{aligned} &\textbf{(1)}\quad h^2 = (r+R)^2 - r^2 \\ &\textbf{(2)}\quad (4r-R)^2 = h^2 + (2r)^2 \end{aligned}\right\}$$

Einsetzen von **(1)** in **(2)** liefert:

$$(4r-R)^2 = (r+R)^2 - r^2 + (2r)^2$$

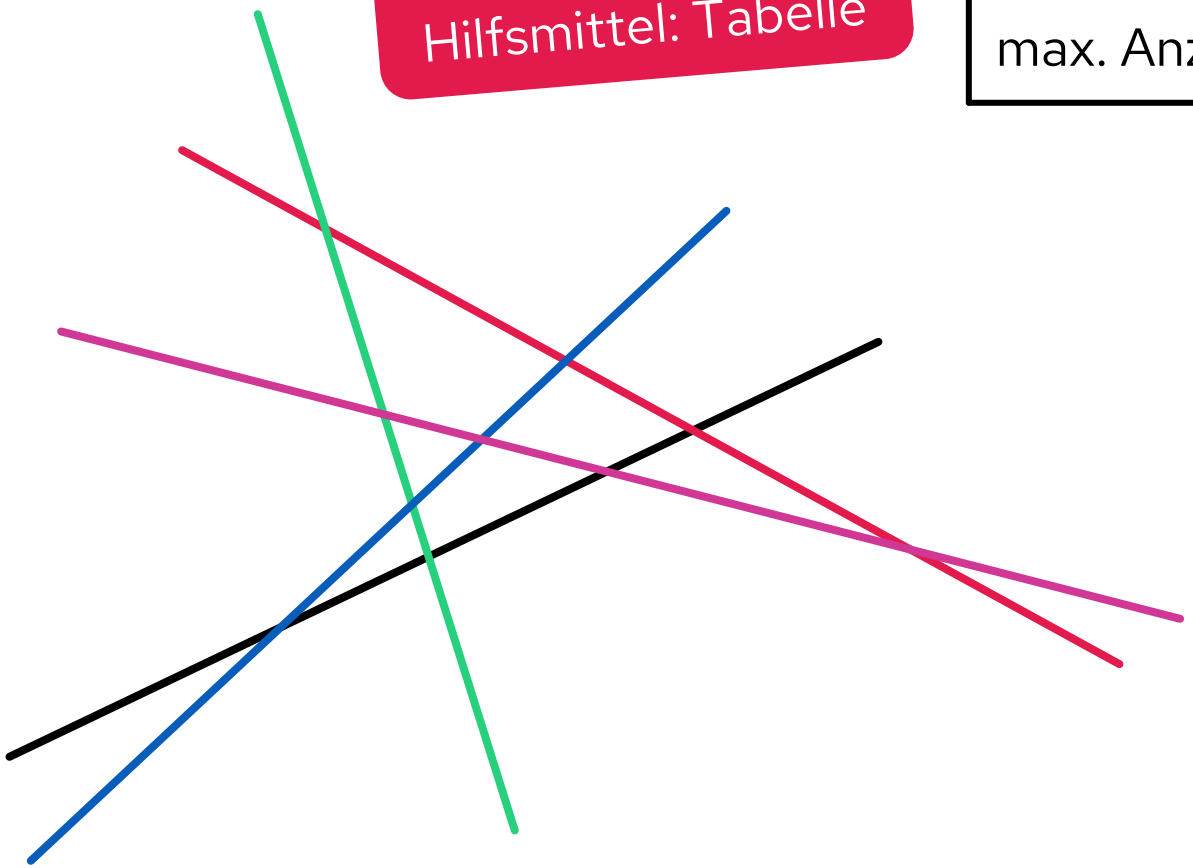
$$\Rightarrow \cdots \Rightarrow R = \frac{6}{5}\cdot r \qquad \Rightarrow \cdots \Rightarrow h = \frac{4\sqrt{6}}{5}\cdot r$$

Maximale Anzahl k von Schnittpunkten bei n Geraden

heuristisches Hilfsmittel: Tabelle

Anzahl n der Geraden	1	2	3	4	5
max. Anzahl k der Schnittpunkte	0	1	3	6	10

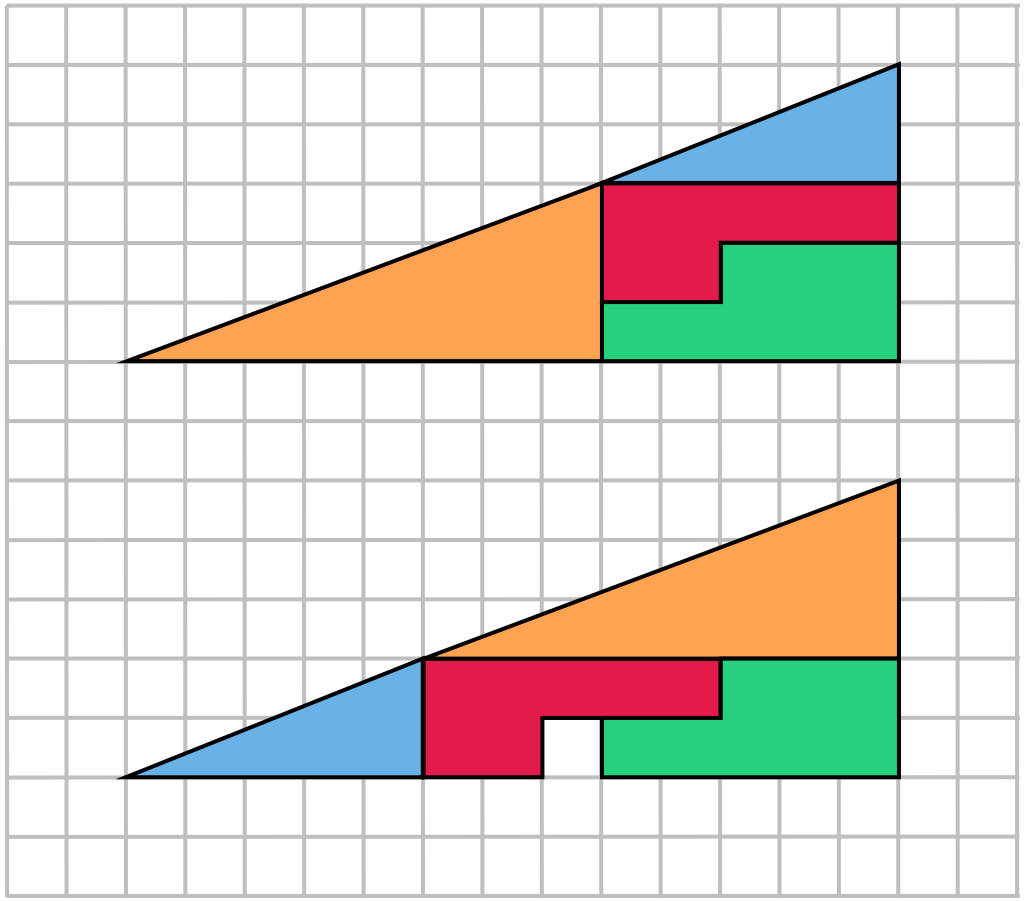
$= 0 + 1$ $\quad = 1 + 2$ $\quad = 3 + 3$ $\quad = 6 + 4$



$$10 = 1 + 2 + 3 + 4$$

Bei n Geraden $(n > 1)$ kann es maximal $k = 1 + 2 + \cdots + (n-1)$ Schnittpunkte geben.

Was stimmt hier nicht?

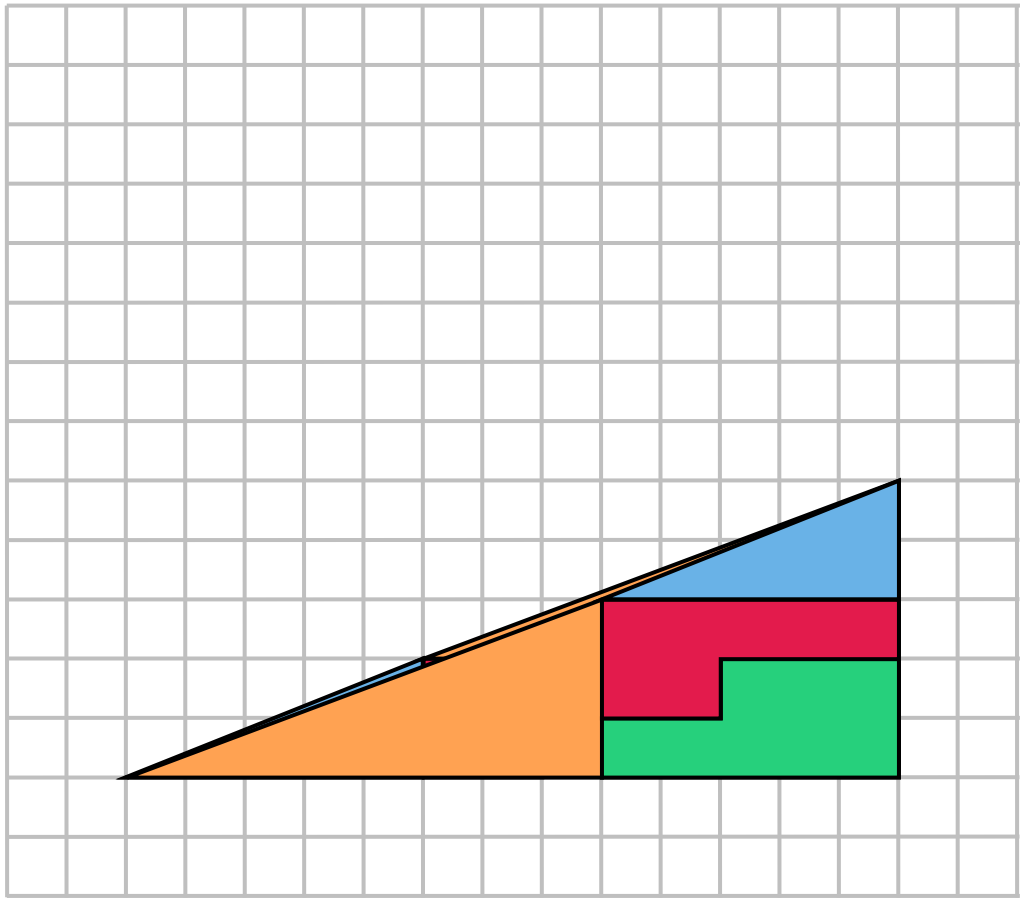


http://www.brefeld.homepage.t-online.de/dreieck.html

https://www.geogebra.org/m/ADWhG253

Was stimmt hier nicht?

Heuristische Strategie:
Hinterfragen



http://www.brefeld.homepage.t-online.de/dreieck.html

https://www.geogebra.org/m/ADWhG253

Rheinland-Pfälzische Technische Universität Kaiserslautern Landau

Didaktik der Mathematik Sekundarstufen

Kapitel 5: Problemlösen

5.1 Was ist ein Problem?

5.2 Problemtypen im Geometrieunterricht

5.3 Beispiele für Problemaufgaben

5.4 Beispiel: Problemlösestunde aus Japan

GeoGebra-Buch „Didaktik der Geometrie“ https://roth.tel/geometrie

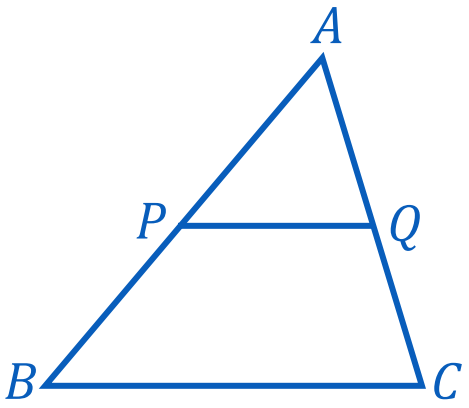
Einstieg

Thema: Ähnlichkeit
Die Stunde ist Teil einer Unterrichtssequenz zur Ähnlichkeit geometrischer Figuren (vgl. Kapitel 2.5).

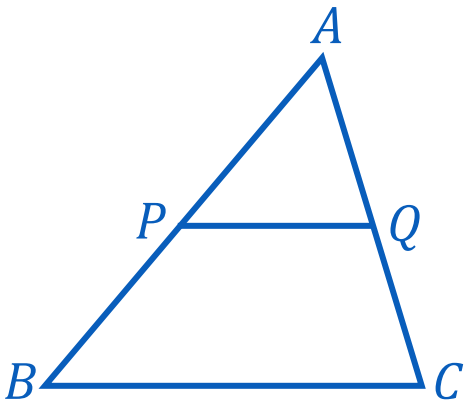
Einstieg
Wiederholung der Strahlensätze im Lehrervortrag

(Keine Hausaufgabenbesprechung)

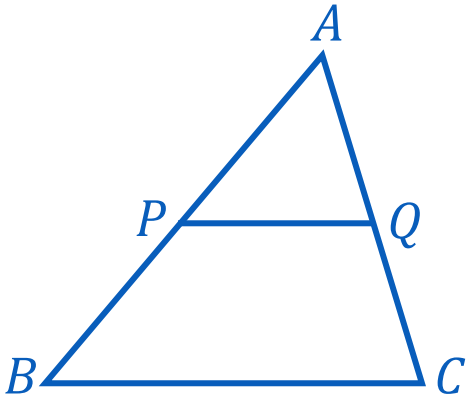
$PQ \parallel BC$
$\Rightarrow\ |AP| : |AB| = |AQ| : |AC|$
$= |PQ| : |BC|$



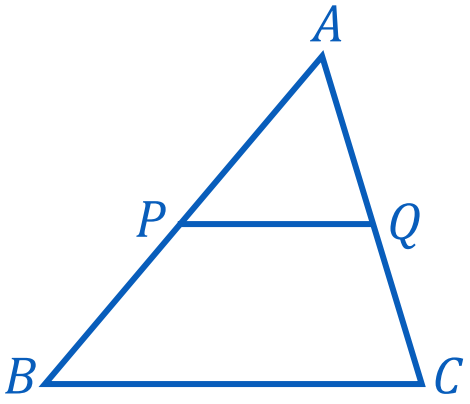
$|AP| : |AB| = |AQ| : |AC|$
$\Rightarrow\ PQ \parallel BC$



$PQ \parallel BC$
$\Rightarrow\ |AP| : |PB| = |AQ| : |QC|$



$|AP| : |PB| = |AQ| : |QC|$
$\Rightarrow\ PQ \parallel BC$



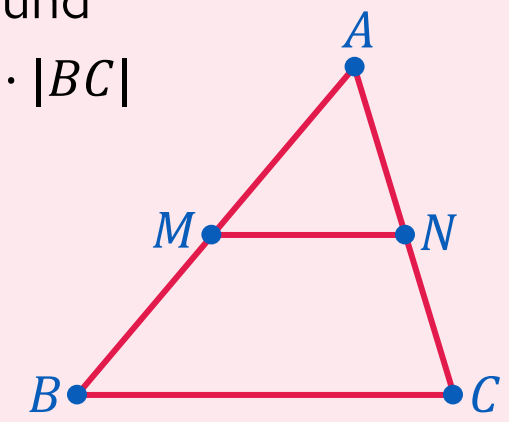
Erarbeitung und Sicherung

Erarbeitung
Anschließend wird ein Spezialfall eingeführt und durch zwei Schüler bewiesen.

Sicherung
Das Theorem wird zur Berechnung von Strecken genutzt, die die Schenkel gegebener Dreiecke und Trapeze halbieren.

Mittelpunktverbindungstheorem
Wenn im Dreieck ΔABC der Punkt M der Mittelpunkt der Seite $[AB]$ und N der Mittelpunkt der Seite $[AC]$ ist, dann gilt:

- $MN \parallel BC$ und
- $|MN| = \frac{1}{2} \cdot |BC|$



Vertiefung

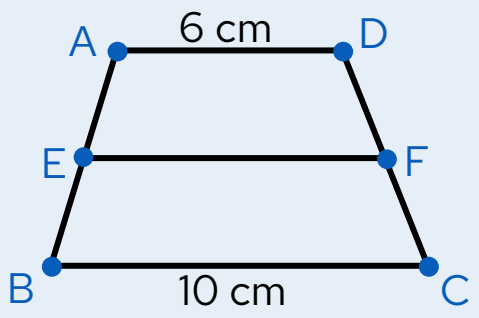
„open-ended problem solving“
Zur Förderung des logischen Denkens verwenden japanische Lehrkräfte den methodischen Ansatz des „open-ended problem solving“, der sich durch Erarbeitung unterschiedlicher Lösungsansätze in Einzel- und Gruppenarbeit auszeichnet.

Vertiefung

- Die Lehrkraft klärt die Problemstellung und teilt die Klasse in Vierergruppen ein.
- Die Schüler*innen tauschen ihre Ideen aus.

Aufgabe für die Gruppenarbeit

Bestimmt die Länge der Mittelparallelen eines Trapezes mit bekannten Längen der parallelen Seiten.

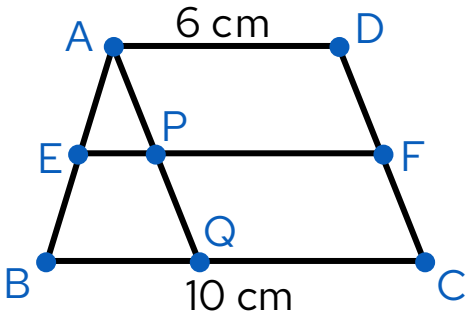


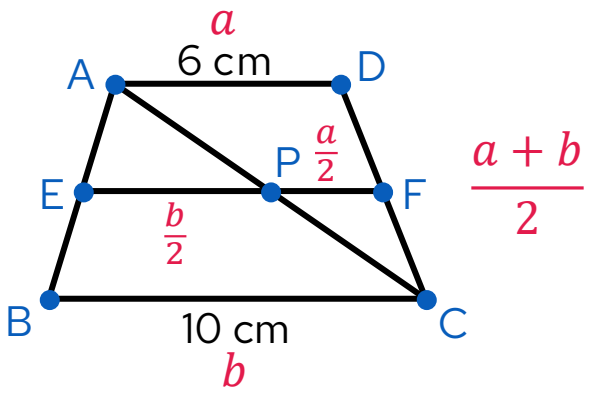
Vertiefung

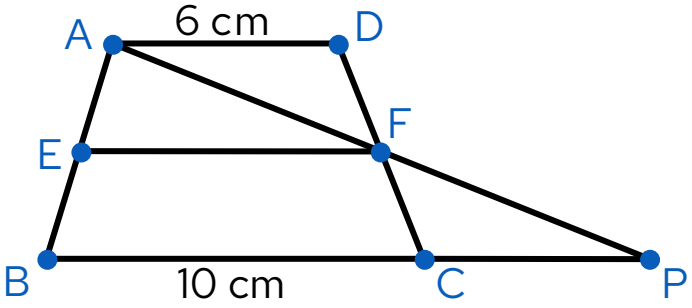
Während der Gruppenarbeit
Die Lehrkraft

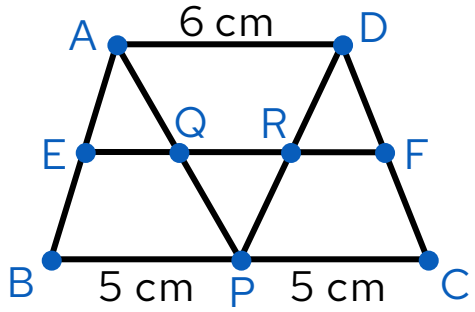
- beantwortet Fragen
- berät oder hilft,
- merkt sich die Lösungen der Schüler/innen und
- bereitet die anschließende Besprechung an der Tafel vor.

Sicherung
Vier der sieben verschiedenen von Schüler*innen gefundenen Lösungen, werden an der Tafel dargestellt.









Kontakt

Prof. Dr. Jürgen Roth

RPTU
Rheinland-Pfälzische Technische Universität
Kaiserslautern-Landau
Didaktik der Mathematik (Sekundarstufen)
Fortstraße 7, 76829 Landau

j.roth@rptu.de

juergen-roth.de
dms.nuw.rptu.de

RPTU