

5. Übungsblatt

1. **Die vom Erzeugendensystem $\{d^2, d^3s\}$ erzeugte Untergruppe der Diedergruppe D_6**
 - a) Bestimmen Sie gemäß Definition 2.2.2 die vom Erzeugendensystem $\{d^2, d^3s\}$ erzeugte Teilmenge $\langle d^2, d^3s \rangle$ von $D_6 = \{id, d, d^2, d^3, d^4, d^5, s, ds, d^2s, d^3s, d^4s, d^5s\}$. 6 BE
 - b) Begründen Sie, warum $(\langle d^2, d^3s \rangle, \circ)$ eine Untergruppe von (D_6, \circ) ist. 2 BE
 - c) Ist $(\langle d^2, d^3s \rangle, \circ)$ kommutativ? Begründen Sie ihre Antwort. 2 BE

2. **Verknüpfungstafel zu $(\{8\mathbb{Z}, 1 + 8\mathbb{Z}, 2 + 8\mathbb{Z}, 3 + 8\mathbb{Z}, 4 + 8\mathbb{Z}, 5 + 8\mathbb{Z}, 6 + 8\mathbb{Z}, 7 + 8\mathbb{Z}\}, \cdot)$**
Erstellen Sie für $(\{[0]_8, [1]_8, [2]_8, [3]_8, [4]_8, [5]_8, [6]_8, [7]_8\}, \cdot)$ die Verknüpfungstafel bzgl. der Multiplikation als Verknüpfung. 4 BE

3. **Nullteiler**
Zeigen Sie: Wenn ein Element a eines Rings $(R, +, \cdot)$ ein Nullteiler ist, dann ist entweder $a + a$ ebenfalls ein Nullteiler, oder $a + a = 0$. 4 BE

4. **Nullteiler von $(\{8\mathbb{Z}, 1 + 8\mathbb{Z}, 2 + 8\mathbb{Z}, 3 + 8\mathbb{Z}, 4 + 8\mathbb{Z}, 5 + 8\mathbb{Z}, 6 + 8\mathbb{Z}, 7 + 8\mathbb{Z}\}, \cdot)$**
 - a) Geben Sie für jede der Restklassen $[0]_8, [1]_8, [2]_8, [3]_8, [4]_8, [5]_8, [6]_8, [7]_8$ modulo 8 an, ob sie Nullteiler in $(\{8\mathbb{Z}, 1 + 8\mathbb{Z}, 2 + 8\mathbb{Z}, 3 + 8\mathbb{Z}, 4 + 8\mathbb{Z}, 5 + 8\mathbb{Z}, 6 + 8\mathbb{Z}, 7 + 8\mathbb{Z}\}, \cdot)$ ist und begründen Sie dies. 4 BE
 - b) Ist $(\mathbb{Z}_8 \setminus \{[0]_8\}, \cdot)$ eine Gruppe? 1 BE
 - c) Bestimmen Sie für folgenden Gleichungen jeweils die Lösungsmenge in \mathbb{Z}_8 :

$$\begin{aligned} [3]_8 \cdot x &= [7]_8 \\ [4]_8 \cdot x &= [0]_8 \\ [6]_8 \cdot x &= [3]_8 \\ [2]_8 \cdot x &= [4]_8 \end{aligned}$$
4 BE

Erreichbare Gesamtpunktzahl für dieses Übungsblatt:

27 BE

Abgabetermin und Hinweise

- Bitte laden Sie Ihre Bearbeitung dieses Übungsblatts bis spätestens

Freitag, 01.07.2022, 10:00 Uhr

im OLAT-Ordner [Abgaben Übungsblätter](#) hoch.

- Bilden Sie zur Bearbeitung Ihrer Übungsblätter **Abgabeteams** aus jeweils 4 Personen, die im gesamten Semester zusammenarbeiten. Schreiben Sie sich umgehend im [OLAT-Kurs](#) in ein Abgabeteam ein.
- Bearbeitungen auf der ersten Seite rechts oben mit den Namen der Gruppenmitglieder und der Nummer des Abgabe-teams (im Beispiel Abgabeteam 50) beschriften.
- Geben Sie pro Übungsblatt nur **eine PDF-Datei** mit Ihren Bearbeitungen aller Aufgaben des Übungsblatts ab. Benennen Sie diese Datei wie folgt:
 $\{\text{Abgabeteamnummer}\}_{\text{Übungsblatt}}\{\text{Übungsblattnr}\}.pdf$
Ersetzen Sie die geschweiften Klammern mit Ihren jeweiligen Daten.

- Informationen und Materialien zur Vorlesung finden Sie im Internet unter folgender Adresse:

<https://juergen-roth.de/lehre/algebra-zahlentheorie>

	Axel Adams Bettina Beulke Christa Casar Daniel Diefel
	Abgabeteam 50