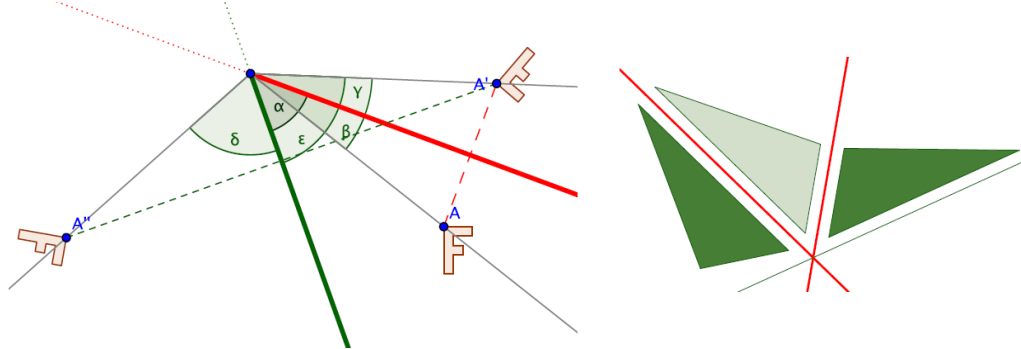


3. Übungsblatt

1. Drehwinkel bei einer Drehung aus zwei hintereinander ausgeführten Spiegelungen

Beweisen Sie, dass der Drehwinkel der Drehung, die aus zwei Spiegelungen entsteht, doppelt so groß ist wie der Winkel zwischen den beiden Spiegelachsen

6 BE



Hinweise:

- (1) Das linke Bild hilft Ihnen, die Winkelbeziehungen zu erkennen und für einen allgemeinen Beweis zu nutzen.
- (2) Das rechte Bild stellt die Grundidee prägnant dar. Können Sie es deuten?
- (3) Sie können folgendes benutzen:
 - Achsenspiegelungen sind Kongruenzabbildungen, bilden also Figuren der Ebene auf dazu deckungsgleiche Figuren ab.
 - Kongruenzabbildungen sind insbesondere winkeltreu, verändern also die Größe eines Winkels beim Abbilden nicht.

2. Achsenspiegelung an zueinander senkrechten Geraden

Seien a und b Geraden.

Beweisen Sie:

$$a \perp b \Rightarrow s_a \circ s_b = s_b \circ s_a$$

2 BE

3. Bedeutung von Termen und zulässige Umformungen

Geben Sie jeweils an, was die folgenden Terme bedeuten und ob bzw. unter welchen Bedingungen die angegebenen Umformungen zulässig sind. Begründen Sie jeweils ihre Antworten.

Hinweis:

Sie können folgendes benutzen: $d_{z,\beta} \circ d_{z,\alpha} = d_{z,\alpha+\beta}$

$$\begin{aligned} a) \quad s_1 \circ s_2 \circ s_1 \circ s_2 &= s_1 \circ s_2 \circ s_2 \circ s_1 = s_1 \circ (s_2 \circ s_2) \circ s_1 \\ &= s_1 \circ id \circ s_1 = s_1 \circ s_1 = id \end{aligned}$$

2 BE

$$b) \quad s_1 \circ s_2 \circ s_1 \circ s_2 = (s_1 \circ s_2) \circ (s_1 \circ s_2) = (s_1 \circ s_2)^2 = (d_{z,\alpha})^2 = d_{z,2 \cdot \alpha}$$

2 BE

$$c) \quad s_1 \circ (s_1 \circ s_2) = (s_1 \circ s_1) \circ (s_1 \circ s_2) = id \circ (s_1 \circ s_2) = s_1 \circ s_2$$

2 BE

$$d) \quad d_{z,\alpha} \circ d_{z,\alpha} \circ d_{z,\alpha} \circ d_{z,\alpha} = d_{z,\alpha}^4 = d_{z,4 \cdot \alpha} = id$$

2 BE

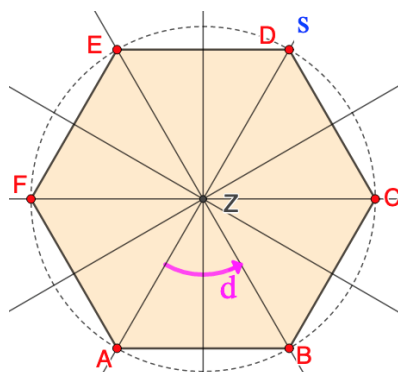
4. Deckabbildungen eines regulären Sechsecks

Die Eckpunkte eines regulären Sechsecks F_6 seien mit A, B, C, D, E und F bezeichnet.

- a) Geben Sie alle Deckabbildungen des regulären Sechsecks an und notieren Sie jeweils auch, welcher Eckpunkt des regulären Sechsecks dabei auf welchen Eckpunkt abgebildet wird. Gehen Sie dabei wie in folgendem Beispiel vor:

$$s_\alpha = \begin{pmatrix} A & B & C & D & E & F \\ A & F & E & D & C & B \end{pmatrix}$$

Falls sich Drehungen unter den Deckabbildungen befinden, notieren Sie bitte jeweils auch das zugehörige Drehzentrum Z und die Winkelgröße des Drehwinkels α im Gradmaß: $d_{Z,\alpha}$



4BE

- b) Zeigen Sie, dass alle Deckabbildungen des regulären Sechsecks durch Verkettung \circ aus einer geeigneten Drehung d und einer geeigneten Achsenspiegelung s erzeugt werden können. Dabei können d bzw. s ggf. mehrfach in der Verkettung vorkommen. Rechnen Sie jeweils nach, dass die von Ihnen angegebenen Verkettungen auch wirklich der jeweiligen Deckabbildung entsprechen.

5 BE

Erreichbare Gesamtpunktzahl für dieses Übungsblatt:

25 BE

Abgabetermin und Hinweise

- Bitte laden Sie Ihre Bearbeitung dieses Übungsblatts bis spätestens

Freitag, 03.06.2022, 10:00 Uhr

im OLAT-Ordner **Abgaben Übungsblätter** hoch.

- Bilden Sie zur Bearbeitung Ihrer Übungsblätter **Abgabeteams** aus jeweils 4 Personen, die im gesamten Semester zusammenarbeiten. Schreiben Sie sich umgehend im **OLAT-Kurs** in ein Abgabeteam ein.
- Bearbeitungen auf der ersten Seite rechts oben mit den Namen der Gruppenmitglieder und der Nummer des Abgabeteams (im Beispiel Abgabeteam 50) beschriften.
- Geben Sie pro Übungsblatt nur **eine PDF-Datei** mit Ihren Bearbeitungen aller Aufgaben des Übungsblatts ab. Benennen Sie diese Datei wie folgt:
{Abgabeteamnummer}_Übungsblatt_{Übungsblattnr}.pdf
Ersetzen Sie die geschweiften Klammern mit Ihren jeweiligen Daten.
- Informationen und Materialien zur Vorlesung finden Sie im Internet unter folgender Adresse:
<https://juergen-roth.de/lehre/algebra-zahlentheorie>

	Axel Adams Bettina Beulke Christa Casar Daniel Deifel Abgabeteam 50
--	---