

1. Übungsblatt

1. Muster in den Endziffern der Additionstafel und der Multiplikationstafeln

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

·	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

- a) Begründen Sie, warum man in der Additionstafel auf den Diagonalen von rechts oben nach links unten jeweils die gleichen Ergebnisse findet, die von links oben nach rechts unten ansteigen. 2 BE
- b) Egal ob man $3 + 2$, $3 + 12$ oder $3 + 22$ rechnet, das Ergebnis endet immer auf 5. Das gilt natürlich auch für die Fortsetzung nach unten, also z. B. $13 + 2$, $13 + 12$, $13 + 22$ usw.
Begründen Sie diese Tatsache sowohl symbolisch als auch arithmetisch. 4 BE
- c) Begründen Sie jeweils symbolisch, warum die Hauptdiagonalen (von links oben nach rechts unten) in der Additions- und in der Multiplikationstafel jeweils „Spiegelachsen“ bzgl. der Einträge in den Feldern sind. 4 BE
- d) Begründen Sie symbolisch, warum in der Additionstafel die Zahlen längs der diagonalen Spiegelachse und aller zu ihr parallelen Achsen jeweils um 2 steigen. 2 BE

2. Rechengesetze in \mathbb{N} bzgl. der Operationen \oplus und \otimes

Eine Schülerin hat sich folgende Rechenoperationen ausgedacht:

$$a \oplus b := 2 \cdot (a + b)$$

$$a \otimes b := 2 \cdot a \cdot b$$

Untersuchen Sie, welche der folgenden Rechengesetze für diese Rechenoperationen auf der Menge \mathbb{N} der natürlichen Zahlen gelten und begründen Sie dies jeweils:

- a) Ist \oplus assoziativ? Gilt also: $a \oplus (b \oplus c) = (a \oplus b) \oplus c$ 2 BE
- b) Ist \oplus kommutativ? Gilt also: $a \oplus b = b \oplus a$ 2 BE
- c) Ist \otimes assoziativ? Gilt also: $a \otimes (b \otimes c) = (a \otimes b) \otimes c$ 2 BE
- d) Ist \otimes kommutativ? Gilt also: $a \otimes b = b \otimes a$ 2 BE
- e) Gelten bzgl. \otimes und \oplus die folgenden Distributivitäten?
 - $a \oplus (b \otimes c) = (a \oplus b) \otimes (a \oplus c)$ 2 BE
 - $a \otimes (b \oplus c) = (a \otimes b) \oplus (a \otimes c)$ 2 BE
 - $(a \otimes b) \oplus c = (a \oplus c) \otimes (b \oplus c)$ 2 BE
 - $(a \oplus b) \otimes c = (a \otimes c) \oplus (b \otimes c)$ 2 BE

Erreichbare Gesamtpunktzahl für dieses Übungsblatt:

28 BE

Abgabetermin und Hinweise

- Bitte laden Sie Ihre Bearbeitung dieses Übungsblatts bis spätestens

Freitag, 02.05.2025, 10:00 Uhr

im OLAT-Ordner [Abgaben Übungsblätter](#) hoch.

- Bilden Sie zur Bearbeitung Ihrer Übungsblätter **Gruppen** aus 4 Personen, die im ganzen Semester zusammenarbeiten.
- Teilen Sie **bis spätestens Mittwoch, den 30.04.2025 um 12:00 Uhr** die Zusammensetzung ihrer Gruppe mit, indem Sie eine Liste mit den vollständigen Namen der vier Personen per E-Mail an dreyer.u@rptu.de und j.roth@rptu.de senden und darin alle Mitglieder mit Ihren RPTU-E-Mail-Adressen in cc setzen. Sie werden anschließend per E-Mail über die Nummer Ihrer (Abgabe-)Gruppe informiert.
- Bitte beschriften Sie Ihre Bearbeitungen auf der ersten Seite rechts oben mit den Namen der Gruppenmitglieder und der Nummer der (Abgabe-)Gruppe (im Beispiel Gruppe 50).
- Laden Sie pro Übungsblatt nur **eine PDF-Datei** mit Ihren Bearbeitungen aller Aufgaben des Übungsblatts in den Ordner Gruppe XX (im Beispiel Gruppe 50) im OLAT-Ordner [Abgaben Übungsblätter](#) hoch. Benennen Sie diese PDF-Datei wie folgt: **Uebungsblatt_01_Gruppe_XX.pdf** (im Beispiel: Uebungsblatt_01_Gruppe_50.pdf).
- Informationen und Materialien zur Vorlesung finden Sie im Internet unter folgender Adresse:
<https://juergen-roth.de/lehre/algebra-zahlentheorie>

