

1. Übungsblatt

1. *Symbolisch, arithmetisch und in Worten beschreiben*

- a) Formulieren Sie symbolisch das Assoziativgesetz bzgl. einer zweistelligen Verknüpfung (Operation) auf \mathbb{R} , die wir \oplus nennen wollen.
(Tipp, falls Sie mit „symbolisch“ oder „arithmetisch“ nichts anfangen können:
symbolisch bedeutet hier: Begründung mit Variablen
arithmetisch bedeutet hier: Begründung anhand einer schriftlichen Rechnung.)
- b) Formulieren Sie symbolisch das Kommutativgesetz bzgl. einer zweistelligen Verknüpfung (Operation) auf \mathbb{Q} , die wir \odot nennen wollen. 1 BE
- c) Erklären Sie möglichst präzise in Worten die Bedeutung der folgenden Aussage, GANZ OHNE die Verwendung von Formeln oder Variablennamen:
„Die Addition ist auf der Menge der natürlichen Zahlen kommutativ.“ 2 BE
- d) Erklären Sie möglichst präzise in Worten die Bedeutung der folgenden Aussage, GANZ OHNE die Verwendung von Formeln oder Variablennamen:
„Die Multiplikation ist auf der Menge der natürlichen Zahlen assoziativ.“ 2 BE
- e) Nehmen Sie Stellung zur folgenden studentischen Rückfrage: „Warum muss man so viele Distributivitäten in Aufgabe 2e) überprüfen, es gibt doch nur ein Distributivgesetz in \mathbb{N} nämlich $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$.“ 3 BE
- f) Nehmen Sie Stellung zur folgenden studentischen Rückfrage: „Ist es nicht so, dass \oplus in Aufgabe 2 assoziativ ist, weil in der Rechnung $2 \cdot (a + b)$ nur die Operationen $+$ und \cdot verwendet werden und diese beiden Operationen assoziativ sind?“ 3 BE
- g) Führen Sie die Beispiele weiter: $222 \cdot 222 = 49284$, $2222 \cdot 2222 = 4937284$, $22222 \cdot 22222 \dots$
Begründen Sie arithmetisch, d.h. unter Zuhilfenahme einer schriftlichen Rechnung: Die Endziffern dieser Rechnungen lauten immer „284“. 4 BE

2. *Rechengesetze in \mathbb{N} bzgl. der Operationen \oplus und \otimes*

Eine Schülerin hat sich folgende Rechenoperationen ausgedacht:

$$a \oplus b := 2 \cdot (a + b)$$

$$a \otimes b := 2 \cdot a \cdot b$$

Untersuchen Sie, welche der folgenden Rechengesetze für diese Rechenoperationen auf der Menge \mathbb{N} der natürlichen Zahlen gelten und begründen Sie dies jeweils:

- a) Ist \oplus assoziativ? Gilt also: $a \oplus (b \oplus c) = (a \oplus b) \oplus c$ 2 BE
- b) Ist \oplus kommutativ? Gilt also: $a \oplus b = b \oplus a$ 2 BE
- c) Ist \otimes assoziativ? Gilt also: $a \otimes (b \otimes c) = (a \otimes b) \otimes c$ 2 BE
- d) Ist \otimes kommutativ? Gilt also: $a \otimes b = b \otimes a$ 2 BE
- e) Gelten bzgl. \otimes und \oplus die folgenden Distributivitäten?
- $a \oplus (b \otimes c) = (a \oplus b) \otimes (a \oplus c)$ 1 BE
- $a \otimes (b \oplus c) = (a \otimes b) \oplus (a \otimes c)$ 1 BE
- $(a \otimes b) \oplus c = (a \oplus c) \otimes (b \oplus c)$ 1 BE
- $(a \oplus b) \otimes c = (a \otimes c) \oplus (b \otimes c)$ 1 BE

Erreichbare Gesamtpunktzahl für dieses Übungsblatt:

28 BE

Abgabetermin und Hinweise

- Bitte laden Sie Ihre Bearbeitung dieses Übungsblatts bis spätestens

Freitag, 06.05.2021, 10:00 Uhr

im OLAT-Ordner **Abgaben Übungsblätter** hoch.

- Bilden Sie zur Bearbeitung Ihrer Übungsblätter **Abgabeteams** aus jeweils 4 Personen, die im gesamten Semester zusammenarbeiten. Schreiben Sie sich umgehend im **OLAT-Kurs** in ein Abgabeteam ein.
- Bearbeitungen auf der ersten Seite rechts oben mit den Namen der Gruppenmitglieder und der Nummer des Abgabeteams (im Beispiel Abgabeteam 50) beschriften.
- Geben Sie pro Übungsblatt nur **eine PDF-Datei** mit Ihren Bearbeitungen aller Aufgaben des Übungsblatts ab.
- Informationen und Materialien zur Vorlesung finden Sie im Internet unter folgender Adresse:

https://juergen-roth.de/lehre/algebra_zahlentheorie_4b

| | |
|--|--|
| | Axel Adams Bettina Beulke Christa Casar Daniel Deifel |
| | Abgabeteam 50 |