

STUDIENSEMINAR



Extremwertprobleme mit Geogebra 5

Geogebra-Tag 11.10.2014



Inhalt

Didaktische und methodische Grundfragen
Extremwertproblem 1: Schachtelaufgabe
Extremwertproblem 2: Maximaler Zylinder in Kugel



Didaktische Grundfragen

Optimieren als durchgängiges Prinzip des MUs

- Analytische Methoden in der Oberstufe
- Elementare Lösungen sind nicht zu vernachlässigen



Didaktische Grundfragen

Innermathematische Problemstellungen in der Ebene und im Raum, z. B.

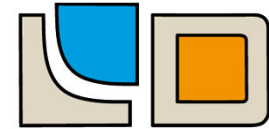
- Punkt auf Funktionsgraph legt eine Figur fest, deren Flächeninhalt optimiert werden soll
- Abstandsprobleme
- Ein in einen Kegel eingeschriebener Zylinder soll maximiert werden

Problemstellungen aus realen Situationen, z. B.

- Maximierung einer Gewinnfunktion
- Verpackungsprobleme

Methodische Grundfragen

Algebraische Lösung
Erstellen realer Modelle
Computerunterstützung



Schachtelaufgabe

Aus einem rechteckigen Stück Pappe von 12 cm Länge und 10 cm Breite soll eine oben offene Schachtel hergestellt werden. Dazu wird an jeder der 4 Ecken ein Quadrat abgeschnitten. Anschließend werden die überstehenden Streifen hochgeklappt. Welche Seitenlänge müssen die Quadrate haben, damit das Volumen der Schachtel maximal wird? Welches Volumen hat dann die Schachtel?



Schachtelaufgabe - Lösung

Seitenlänge des Quadrates sei a .

Hauptbedingung: $V = l \cdot b \cdot h$

Nebenbedingungen: $h = a$; $l = 12 - 2a$; $b = 10 - 2a$

Zielfunktion: $V(a) = (12 - 2a) \cdot (10 - 2a) \cdot a = 4a^3 - 44a^2 + 120a$

Ableitung: $V'(a) = 12a^2 - 88a + 120$

$V'(a) = 0$; $a_1 \approx 1,81$; $a_2 \approx 5,52$

a_2 ist in der realen Situation nicht möglich

$V''(1,81) < 0 \rightarrow$ Maximum.

$V(1,81) = 96,77$



Mehrwert von Geogebra

Festlegen des Definitionsbereiches beim Programmieren des Schiebereglers

Koordinatisieren

Visualisierung der Situation in der Ebene

Dynamisierung der Situation in der Ebene

Visualisierung der Situation im Raum

Dynamisierung der Situation im Raum

Enge Vernetzung der realen Situation mit dem analytischen Modell (Zielfunktion)

Vernetzung der Zielfunktion mit ihrer Ableitung

Dynamisierung der Zielfunktion

Entlastung vom Kalkül beim Ableiten, der Nullstellenberechnung und der Volumenberechnung



Zusammenfassung

Vernetzung durch permanenten Wechsel im Modellierungsprozess
zwischen realer Situation und mathematischem Modell

Visualisierung

Dynamisierung



Maximaler Zylinder in Kugel

Eine Holzkugel soll so bearbeitet werden, dass ein Zylinder mit möglichst großem Volumen entsteht. Wie sind Radius und Höhe des Zylinders zu wählen?



Mehrwert von Geogebra

Dynamisierung der allgemeinen Situation (beliebiger Kugelradius)
Entlastung vom Kalkül (schwierige Ableitungsfunktion)