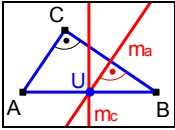


## Lösungshinweise zur Lage der Umkreismittelpunkts bei Dreiecken



Der Umkreismittelpunkt liegt bei

- rechtwinkligen Dreiecken auf der Mitte der Seite, die dem rechten Winkel gegenüber liegt.

### Mögliche Argumentation:

Es handelt sich um den Mittelpunkt des Thaleskreises!

- spitzwinkligen Dreiecken innerhalb und bei stumpfwinkligen Dreiecken außerhalb des Dreiecks.

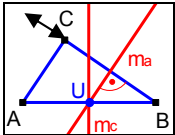
### Mögliche Argumentation:

Jede Bewegung von C in der oberen Halbebene (oberhalb der Geraden AB) kann durch zwei Teilbewegungen realisiert werden:

- (1) Bewegung von C auf der Halbgeraden  $[BC]$ , d. h. Änderung der Länge von  $[BC]$ .
- (2) Bewegung von C auf einem Kreisbogen  $k(B; \overline{BC})$  um B mit festem Radius, d. h. Änderung der Richtung von  $[BC]$ .

Beide genannten Bewegungen ändern die Lage von  $m_c$  nicht!

Wir betrachten im Folgenden die beiden Teilbewegungen getrennt voneinander.



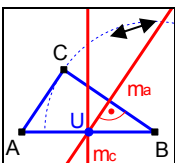
- (1) **Änderung der Länge von  $[BC]$**  bewirkt eine Parallelverschiebung von  $m_a$ .

– Verkürzung von  $[BC]$  aus der gezeichneten Länge

- lässt  $\beta$  konstant, verkleinert  $\alpha$  und vergrößert damit  $\gamma$  (Innenwinkelsumme). Ausgangsgröße von  $\gamma$  war  $90^\circ$ .  $\rightarrow$  Dreieck stumpfwinklig.
- führt zu einer Verschiebung von  $m_a$  nach rechts unten.  $\rightarrow$  U wandert nach unten aus dem Dreieck hinaus.

– Verlängerung von  $[BC]$  aus der gezeichneten Länge

- lässt  $\beta$  konstant, vergrößert  $\alpha$  und verkleinert damit  $\gamma$  (Innenwinkelsumme). Ausgangsgröße von  $\gamma$  war  $90^\circ$ .  $\rightarrow$  Dreieck spitzwinklig. Diese Argumentation funktioniert so lange, bis  $\alpha = 90^\circ$  wird. Dann liegt wieder ein rechtwinkliges Dreieck vor und  $m_a$  und  $m_c$  schneiden sich in der Mitte der Strecke  $[BC]$ . Bewegt man anschließend noch weiter, so wird  $\alpha > 90^\circ$  und das Dreieck wird stumpfwinklig.
- führt zu einer Verschiebung von  $m_a$  nach links oben.  $\rightarrow$  U wandert nach oben durch das Dreieck und schließlich aus dem Dreieck hinaus.



- (2) **Änderung der Richtung von  $[BC]$**  bewirkt eine Drehung von  $m_a$ .

– Rechtsdrehung von  $[BC]$  aus der gezeichneten Lage

- vergrößert  $\beta$  und verkleinert  $\alpha$  und  $\gamma$ . Damit legt die Winkelgröße von  $\beta$  die Form des Dreiecks fest.  
( $\beta < 90^\circ \rightarrow$  Dreieck spitzwinklig;  $\beta = 90^\circ \rightarrow$  Dreieck rechtwinklig;  $\beta > 90^\circ \rightarrow$  Dreieck stumpfwinklig)
- führt  $m_a$  im  $90^\circ$ -Winkel mit, dreht als  $m_a$  nach rechts.  $\rightarrow$  U wandert nach oben durch das Dreieck und schließlich aus dem Dreieck hinaus.

– Linksdrehung von  $[BC]$  aus der gezeichneten Lage

- verkleinert  $\beta$  und  $\alpha$  und vergrößert  $\gamma$ . Ausgangsgröße von  $\gamma$  war  $90^\circ$ .  $\rightarrow$  Dreieck stumpfwinklig.
- führt  $m_a$  im  $90^\circ$ -Winkel mit, dreht als  $m_a$  nach links.  $\rightarrow$  U bewegt sich nach unten aus dem Dreieck hinaus.